DOI: 10.37317/biul-2012-0052

KATARZYNA AMBROŻY
IWONA MEJZA
Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

Modelowanie danych z doświadczeń trójczynnikowych zakładanych w układach zależnych o różnych strukturach blokowych*

Modeling data from three-factor experiments with split units set up in designs with different block structures

W badaniach rolniczych, w szczególności w doświadczeniach polowych, stosuje się wiele układów eksperymentalnych o różnej strukturze blokowej. Wybór każdego układu przy zakładaniu doświadczenia jest ważny przede wszystkim z punktu widzenia praktyki, ale także pociąga za sobą konsekwencje statystyczne. W doświadczeniach wieloczynnikowych, w sytuacji gdy różny jest stopień zainteresowania czynnikami, wykorzystuje się znane z literatury układy o jednostkach rozszczepionych, takie jak układ split-plot, układ split-block lub różne kombinacje tych układów. Zastosowane w poszczególnych układach wielostopniowe schematy randomizacyjne prowadzą do różnych tzw. liniowych modeli randomizacyjnych. W pracy zwrócimy uwagę na wielowarstwowe modele obserwacji dla doświadczeń trójczynnikowych zakładanych w tzw. układach mieszanych, będących różnymi kombinacjami układów split-plot i split-block. Odmienny podział zmienności całkowitej na poszczególne efekty w tych układach generuje liczbę błędów w analizie wariancji. Pociąga to za sobą różną precyzję estymacji porównań między poszczególnymi i interakcyjnymi efektami obiektów. Znajomość tego faktu pozwala na świadome modelowanie danych i optymalną przy danej strukturze materiału doświadczalnego analizę statystyczną. Empiryczna względna efektywność tych układów zilustrowana zostanie na przykładzie symulowanych danych z doświadczenia z pszenicą ozimą.

Słowa kluczowe: Mieszany model liniowy, Układy o jednostkach rozszczepionych, Względna efektywność

In agricultural research, particularly in field experiments, many experimental designs with different block structures can be used. Selecting a design when setting up the experiment is important primarily from the standpoint of practice, but it also entails statistical consequences. In many-factor experiments where there is a different degree of interest in the factors, the literature describes experimental designs with split units, such as split-plot design, split-block design or various combinations of these arrangements. Multi-stage randomization schemes used in the designs lead to different so-called randomization linear models. In this paper we consider the multistratum models of observations for

* Praca została częściowo wykonana w ramach projektu badawczego nr rej.: N N310 111640 finansowanego przez NCN

three-factor experiments set up in so-called mixed designs, which are different combinations of split-plot and split-block layouts. The different division of the total variability between the individual effects generates a number of errors in the analysis of variance in these designs. This entails a different precision of estimation of comparisons among the particular and interaction effects of the treatments. Knowing this fact enables the conscious modeling of data and an optimal statistical analysis using the experimental material structure given. The empirical relative efficiency of these designs will be illustrated on the example of simulated data from experiments with winter wheat.

Key words: Designs with split units, Mixed linear model, Relative efficiency

WSTĘP

W badaniach rolniczych doświadczalnictwo, obejmujące planowanie i analizę danych uzyskanych z doświadczeń z trzema czynnikami, pełni niezwykle ważną rolę. Takie doświadczenia mogą być zakładane w różnych układach doświadczalnych. W pracy zwrócimy uwagę na tak zwane układy mieszane, będące kombinacją dwóch układów split-plot lub split-plot i split-block (np. Gomez i Gomez, 1984; Federer i King, 2007).

Metodyka planowania i analizy doświadczeń zakładanych w rozważanych układach, zarówno kompletnych jak i niekompletnych (przy modelu mieszanym), została przedstawiona między innymi w następujących pracach: dla układu split-split-plot (SSP) w Mejza (1997 a, 1997 b) oraz dla układów split-block-plot (SBP) i split-plot × split-block (SPSB) w Ambroży i Mejza (2006).

W pracach Ambroży i Mejza (2006, 2008 a, 2009) dokonano także porównania skuteczności układów mieszanych SBP i SPSB w kontekście estymacji efektów głównych czynników i efektów interakcyjnych.

Celem niniejszej pracy jest porównanie względnej efektywności powyższych dwóch układów doświadczalnych pod względem estymacji z układem SSP (zob. też Ambroży i Mejza, 2008 b).

Planując doświadczenia trójczynnikowe w jednym z trzech rozważanych układów należy wziąć pod uwagę przede wszystkim problem badawczy, dostępny materiał doświadczalny oraz względy techniczne. Pomijając jednak aspekt techniczny, można zastanowić się kiedy zyskuje się, a kiedy traci w estymacji funkcji parametrów obiektowych stosując układ SBP, SPSB, względnie SSP z tą samą liczbą jednostek eksperymentalnych (poletek małych). Empiryczna względna efektywność tych układów zilustrowana zostanie na przykładzie symulowanych danych z doświadczenia z pszenicą ozimą.

UKŁADY DOŚWIADCZALNE TRÓJCZYNNIKOWE

Rozważmy doświadczenie trójczynnikowe, w którym czynnik A występuje na s poziomach $A_1, A_2, ..., A_s$, czynnik B na t poziomach $B_1, B_2, ..., B_t$ i czynnik C na w poziomach $C_1, C_2, ..., C_w$. Zatem $v = stw$ oznacza liczbę wszystkich kombinacji obiektowych.

Układ SBP. W tym układzie zakładamy, że materiał doświadczalny jest podzielony na b bloków, przy czym każdy blok tworzy układ wierszowo - kolumnowy z s wierszami i t kolumnami. Wiersze i kolumny, zwane również pasami prostopadłymi, formują poletka, które dalej nazywamy poletkami dużymi. Następnie każde duże poletko jest rozszczepione na *w* poletek małych. Poziomy czynnika *A* są w sposób losowy rozmieszczone w wierszach w obrębie każdego bloku, poziomy czynnika *B* w kolumnach każdego bloku, a poziomy czynnika *C* na poletkach małych wewnątrz poletek dużych.

Układ SPSB. W tym układzie każdy blok tworzy również układ wierszowo - kolumnowy z *s* wierszami i *t* kolumnami pierwszego rzędu (kolumny I). W tym wypadku jednak każda kolumna I jest rozszczepiona na *w* kolumn drugiego rzędu (kolumny II). Poziomy czynnika *A* rozmieszczamy w sposób losowy w wierszach oraz poziomy czynnika *B* w kolumnach I rzędu wewnątrz każdego bloku, a poziomy czynnika *C* w kolumnach II rzędu (w obrębie kolumn I rzędu w każdym bloku).

Układ SSP. Z kolei w tym układzie zakładamy, że każdy blok jest podzielony na *s* jednostek (poletek) I rzędu (zwanych też podblokami). Podbloki dzielimy na *t* poletek dużych (II rzędu), a te następnie na *w* poletek małych (III rzędu). W obrębie każdego bloku na poletkach I rzędu rozmieszczamy w sposób losowy poziomy czynnika *A*, następnie wewnątrz nich na poletkach II rzędu poziomy czynnika *B*, a poziomy czynnika *C* na poletkach małych III rzędu wewnątrz poletek II rzędu.

MODELE OBSERWACJI

W wyniku zastosowanych schematów losowego rozmieszczenia poziomów czynników w rozważanych układach i przyjętych pewnych standardowych założeń koniecznych w analizie wariancji uzyskujemy trzy mieszane modele liniowe obserwacji postaci:

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Delta}'\boldsymbol{\tau} + \sum_{f=1}^{m} \mathbf{D}'_f \boldsymbol{\xi}_f + \mathbf{e}, \quad \mathrm{E}(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\Delta}'\boldsymbol{\tau}, \quad \mathrm{Cov}(\mathbf{y}) = \sum_{f=1}^{m} \mathbf{D}'_f \mathbf{V}_f \mathbf{D}_f + \sigma_e^2 \mathbf{I}_n, \tag{1}$$

gdzie $m = 5$ dla układu SBP, $m = 6$ dla układu SPSB oraz $m = 4$ dla układu SSP oraz $\mathbf{y}$ jest $(n \times 1)$-wymiarowym wektorem obserwacji uporządkowanych leksykograficznie, przy czym $n = bstw$, $\boldsymbol{\Delta}'$ jest $(n \times v)$-wymiarową macierzą układu dla v kombinacji obiektowych, $\boldsymbol{\tau} = [\tau_1, \tau_2, ..., \tau_v]'$ jest wektorem stałych parametrów obiektowych, $\mathbf{D}'_f$ są odpowiednimi macierzami układów, a $\boldsymbol{\xi}_f$ oznaczają wektory odpowiednich efektów losowych dla poszczególnych układów, $\mathbf{e}$ jest $(n \times 1)$-wymiarowym wektorem efektów błędów technicznych, $\mathbf{V}_f$ ($f = 1, 2, ..., m$) są macierzami kowariancji wektorów losowych $\boldsymbol{\xi}_f$.

Macierz kowariancji we wzorze (1) można zapisać jako:

$$\mathrm{Cov}(\mathbf{y}) = \sum_{f=0}^{m} \gamma_f \mathbf{P}_f, \qquad \text{przy czym } \gamma_0 = \sigma_e^2 \qquad \text{oraz } \mathbf{P}_0 = \mathbf{I}_n, \tag{2}$$

gdzie γ_f ($f = 0, 1, 2, \ldots, m$) oznaczają funkcje komponentów wariacyjnych, a macierze $\{\mathbf{P}_f\}$ są rodziną znanych parami ortogonalnych operatorów sumujących się do macierzy jednostkowej. Macierze te, w zależności od układu, są następującej postaci:

Układ SBP

$\mathbf{P}_0 = n^{-1}\mathbf{J}_n$, $\mathbf{P}_1 = (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1 - n^{-1}\mathbf{J}_n$,

$\mathbf{P}_2 = (tw)^{-1}\mathbf{D}_2'\mathbf{D}_2 - (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1$, $\mathbf{P}_3 = (sw)^{-1}\mathbf{D}_3'\mathbf{D}_3 - (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1$,

$\mathbf{P}_4 = w^{-1}\mathbf{D}_4'\mathbf{D}_4 + (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1 - (tw)^{-1}\mathbf{D}_2'\mathbf{D}_2 - (sw)^{-1}\mathbf{D}_3'\mathbf{D}_3$,

$\mathbf{P}_5 = \mathbf{I}_n - w^{-1}\mathbf{D}_4'\mathbf{D}_4$.

Układ SPSB

$\mathbf{P}_0 = n^{-1}\mathbf{J}_n$, $\mathbf{P}_1 = (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1 - n^{-1}\mathbf{J}_n$,

$\mathbf{P}_2 = (tw)^{-1}\mathbf{D}_2'\mathbf{D}_2 - (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1$, $\mathbf{P}_3 = (sw)^{-1}\mathbf{D}_3'\mathbf{D}_3 - (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1$,

$\mathbf{P}_4 = s^{-1}\mathbf{D}_4'\mathbf{D}_4 - (sw)^{-1}\mathbf{D}_3'\mathbf{D}_3$,

$\mathbf{P}_5 = w^{-1}\mathbf{D}_5'\mathbf{D}_5 - (sw)^{-1}\mathbf{D}_3'\mathbf{D}_3 - (tw)^{-1}\mathbf{D}_2'\mathbf{D}_2 + (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1$,

$\mathbf{P}_6 = \mathbf{I}_n - s^{-1}\mathbf{D}_4'\mathbf{D}_4 - w^{-1}\mathbf{D}_5'\mathbf{D}_5 + (sw)^{-1}\mathbf{D}_3'\mathbf{D}_3$.

Układ SSP

$\mathbf{P}_0 = n^{-1}\mathbf{J}_n$, $\mathbf{P}_1 = (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1 - n^{-1}\mathbf{J}_n$,

$\mathbf{P}_2 = (tw)^{-1}\mathbf{D}_2'\mathbf{D}_2 - (stw)^{-1}\mathbf{D}_1'\mathbf{D}_1$, $\mathbf{P}_3 = w^{-1}\mathbf{D}_3'\mathbf{D}_3 - (tw)^{-1}\mathbf{D}_2'\mathbf{D}_2$,

$\mathbf{P}_4 = \mathbf{I}_n - w^{-1}\mathbf{D}_3'\mathbf{D}_3$.

Równość (2) oznacza, że rozważane w pracy układy mają ortogonalną strukturę blokową, stąd możliwe jest zastosowanie metody analiz wielowarstwowych zaproponowanych przez Neldera (1965 a, 1965 b).

Układ SBP. W tym układzie wyodrębniamy 6 warstw (podprzestrzeni ortogonalnych). Są to: warstwa zerowa (związana z średnią eksperymentu), warstwa (1) — między blokami, warstwa (2) — między wierszami, warstwa (3) — między kolumnami, warstwa (4) — między poletkami dużymi, warstwa (5) — między poletkami małymi wewnątrz poletek dużych.

Układ SPSB. W tym układzie wyodrębniamy 7 warstw (podprzestrzeni ortogonalnych). Są to warstwa zerowa (związana z średnią eksperymentu), warstwa (1) — między blokami, warstwa (2) — między wierszami, warstwa (3) — między kolumnami I rzędu, warstwa (4) — między kolumnami II rzędu, warstwa (5) — między poletkami dużymi, warstwa (6) — między poletkami małymi wewnątrz dużych.

Układ SSP. Z kolei w tym układzie wyodrębniamy 5 warstw (podprzestrzeni ortogonalnych). Są to warstwa zerowa (związana z średnią eksperymentu), warstwa (1) — między blokami, warstwa (2) — między podblokami, warstwa (3) — między poletkami dużymi wewnątrz podbloków oraz warstwa (4) — między poletkami małymi wewnątrz poletek dużych.

EMPIRYCZNA WZGLĘDNA EFEKTYWNOŚĆ UKŁADÓW

Do zbadania skuteczności rozważanych układów w kontekście estymacji porównań obiektowych (kombinacji obiektowych) wykorzystana została ‘względna efektywność’ (WE), angielska nazwa ‘relative efficiency’ (RE), zdefiniowana przez Yatesa (1935) jako porównanie precyzji estymacji.

Definicja 1. Niech Γ_1 i Γ_2 oznaczają dowolne układy doświadczalne, wówczas względna efektywność tych układów (Γ_1 względem Γ_2) jest określona wzorem:

$$\mathrm{WE}(\Gamma_1 / \Gamma_2) = \frac{\mathrm{Var}\,\Gamma_2}{\mathrm{Var}\,\Gamma_1}, \tag{3}$$

gdzie Var Γ_1 i Var Γ_2 oznaczają wariancje tego samego kontrastu w obu układach.

Wariancje kontrastu zależą od funkcji komponentów wariancyjnych, które na ogół są nieznane. Stąd w praktyce do porównania skuteczności układów, liczona jest zwykle ocena efektywności, nazywana też ‘empiryczną względną efektywnością’ (EWE), (Hering i Wang, 1998; Wang i Hering, 2005; Shieh i Jan, 2004).

Definicja 2. Empiryczna względna efektywność układu Γ_1 względem Γ_2 (z tą samą liczbą jednostek eksperymentalnych) dla każdego h — tego kontrastu $(\boldsymbol{c}'_h\boldsymbol{\tau})_f$ w f — tej warstwie jest następująca:

$$\mathrm{EWE}_h\,(\Gamma_1 / \Gamma_2) = \frac{\widehat{\mathrm{Var}}^{\Gamma_2}[(\widehat{\mathbf{c}'_h\boldsymbol{\tau}})_f]}{\widehat{\mathrm{Var}}^{\Gamma_1}[(\widehat{\mathbf{c}'_h\boldsymbol{\tau}})_{f'}]} = \frac{\hat{\gamma}_f^{\Gamma_2}}{\hat{\gamma}_{f'}^{\Gamma_1}} = \frac{\mathrm{MSE}_f^{\Gamma_2}}{\mathrm{MSE}_{f'}^{\Gamma_1}}, \tag{4}$$

gdzie $\hat{\gamma}_f$ oraz $\hat{\gamma}_{f'}$ oznaczają oceny funkcji komponentów wariancyjnych, $f = 1, 2,\ldots, m$; $f' = 1,2,\ldots,m'$ w odpowiednio układach Γ_1 i Γ_2,

$h \in K = K_A \cup K_B \cup K_C \cup K_{A\times B} \cup K_{A\times C} \cup K_{B\times C} \cup K_{A\times B\times C}$, $K = \{h: h = 1, 2,\ldots, v-1\}$

oraz K_A, K_B, K_C, $K_{A\times B}$, $K_{A\times C}$, $K_{B\times C}$ oraz $K_{A\times B\times C}$ oznaczają zbiory wskaźników kontrastów bazowych związanych odpowiednio z obiektami czynników A, B, C i różnego typu interakcjami.

MATERIAŁ I METODY

W celu zilustrowania teorii opisanej w pracy rozważmy pewne doświadczenie trójczynnikowe, w którym badano reakcję pięciu odmian pszenicy ozimej na zastosowanie antywylegacza przy różnym stopniu nawożenia azotem. Nawożenie przyjęto jako czynnik A: A_1 — 90 kg·ha^{-1} i A_2 — 150 kg·ha^{-1}, odmiany jako czynnik B: B_1 — Grana, B_2 — Dana, B_3 — Eka Nowa, B_4 — Kaukaz, B_5 — Mironowskaja 808, zaś antywylegacz jako czynnik C: C_1 — 0 kg·ha^{-1} (brak preparatu), C_2 — 2 kg·ha^{-1}. Cechą obserwowaną był plon ziarna (w q·ha^{-1}). W oryginalnej pracy (Mucha, 1975) do analizy przyjęto tradycyjny model obserwacji dla układu SPSB, w którym efekty blokowe są stałe. W obecnej pracy zastosowano randomizacyjne podejście do tego zagadnienia, a ponadto, dla zilustrowania metodyki porównywania skuteczności układów omawianych w pracy, analizę statystyczną na symulowanych danych z tego doświadczenia (Ambroży i Mejza, 2006, tab. 8.17) wykonano trzykrotnie zgodnie z modelami układów SBP, SPSB i SSP. Dane uzyskano, stosując generator liczb losowych rozkładu normalnego, w którym wielkości parametrów przyjęto z pracy Muchy (1975).

Poniżej podano jeden ze sposobów przeprowadzenia analizy wyników doświadczenia trójczynnikowego założonego w rozważanych układach za pomocą programu *STATISTICA* (wersja 8). Sposób ten został wybrany z tego względu, że umożliwia w pełni wykorzystanie informacji jaką niosą prezentowane w pracy modele mieszane obserwacji, w których efekty kombinacji obiektowych są stałe, a pozostałe efekty związane z blokami i jednostkami eksperymentalnymi różnego rzędu są losowe.

***Krok* 1.** Dane należy wpisać do arkusza. Zajmują one pięć kolumn (każda po 60 przypadków). Ważna jest kolejność leksykograficzna czynników (**predyktorów jakościowych**) zapisanych w kolumnach. Nie ma ona znaczenia dla przeprowadzenia analizy wariancji, ale nie jest obojętna w wypadku definiowania kontrastów związanych z interakcjami wyższego rzędu. W prezentowanym przykładzie przyjęto kolejność: bloki — czynnik *A* — czynnik *B* — czynnik *C*, czyli bloki — Nawożenie — Odmiany — Antywylegacz i jako ostatnia kolumna — Plon.

***Krok* 2. Z** menu **Statystyka** wybiera się kolejno opcje:

Zaawansowane modele liniowe — Ogólne modele liniowe

W oknie, które się otworzy, w polu: **Rodzaj analizy:** należy zaznaczyć ***ANOVA dla układów czynnikowych***, obok w polu **Sposób definiowania analizy*:*** wybiera się opcję ***Szybkie definiowanie*** i akceptuje się wybór klikając przycisk ***OK.***

Krok* 3.** Będąc w oknie ***GLM — ANOVA dla układów czynnikowych należy zadeklarować zmienne, klikając przycisk: ***Zmienne***. Następnie w oknie ***Wybierz zmienne.*** w obrębie pola: **Lista zmiennych zależnych:** należy wskazać kolumnę: **Plon**, a w polu: **Predyktory jakościowe (czynniki**) należy zaznaczyć pozostałe kolumny: **Bloki, Nawożenie, Odmiany, Antywylegacz**.

Dalej w tym samym oknie wybiera się przyciski ***Opcje*** i ***Czynniki losowe***, następnie w kolejnym oknie **Efekty losowe (Model mieszany)** należy zaznaczyć **Bloki** i zaakceptować, klikając przycisk ***OK.*** W tym samym oknie zmieni się automatycznie typ sumy kwadratów na **Typ III (ortogonalne)**.

Krok* 4.** W dalszym ciągu będąc w oknie **GLM — ANOVA dla układów czynnikowych** naciska się klawisz ***Edytor składni i w oknie **GLM — Edytor składni** należy w polu: **Składnia analizy** zmienić składnię odejmując w wierszu odpowiednie efekty losowe modelu (czyli nie będą wymienione w analizie wariancji jako oddzielne źródła zmienności).

Dla układu SBP uzyskuje się:

DESIGN = Bloki | "Nawożenie" | Odmiany | "Antywylegacz" — Bloki * "Nawożenie" * Odmiany * "Antywylegacz" — Bloki * "Nawożenie"* "Antywylegacz" — Bloki * Odmiany * "Antywylegacz" — Bloki * "Antywylegacz";

Dla układu SPSB uzyskuje się:
DESIGN = Bloki | "Nawożenie" | Odmiany | "Antywylegacz" — Bloki * "Nawożenie" * Odmiany * "Antywylegacz" — Bloki * "Nawożenie"* "Antywylegacz";

Dla układu SSP uzyskuje się:
DESIGN = Bloki | "Nawożenie" | Odmiany | "Antywylegacz" — Bloki * "Nawożenie" * Odmiany * "Antywylegacz" — Bloki * "Nawożenie"* "Antywylegacz" — Bloki * Odmiany * "Antywylegacz" — Bloki * "Antywylegacz";

Szczegóły postępowania i dalsza analiza statystyczna są zamieszczone w pracy Ambroży i Mejza (2006).

WYNIKI

Zmodyfikowane po obliczeniach uzyskane tabele 1–3 przedstawiają analizy wyników doświadczenia zgodnie z modelami układów, odpowiednio SBP, SPSB oraz SSP. Przyjęte w tabelach oznaczenia czynników są następujące:
A — Nawożenie azotowe / Nitrogen fertilization; *B* — Odmiany pszenicy ozimej / Cultivars of winter wheat; *C* — Antywylegacz / Chemical growth regulator.

Tabela 1

ANOVA dla układu kompletnego SBP
ANOVA for the complete SBP design

Źródło (*f*) Source (*f*)	Efekt Effect	DF	SS	MS	F	p
Bloki (1) / Blocks (1)	Losowy/Random	2	165,9523	82,9762		
A	Stały/Fixed	1	302,8507	302,8507	102,45	0,0096
Błąd (2) / Error (2)	Losowy/Random	2	5,9123	$MSE_2 = 2,9562$		
B	Stały/Fixed	4	493,6123	123,4031	47,09	0,0000
Błąd (3) / Error (3)	Losowy/Random	8	20,9627	$MSE_3 = 2,6203$		
$A \times B$	Stały/Fixed	4	28,7510	7,1878	3,13	0,0794
Błąd (4) / Error (4)	Losowy/Random	8	18,3660	$MSE_4 = 2,2958$		
C	Stały/Fixed	1	216,6000	216,6000	197,87	0,0000
$A \times C$	Stały/Fixed	1	2,0907	2,0907	1,91	0,1822
$B \times C$	Stały/Fixed	4	58,1717	14,5429	13,29	0,0000
$A \times B \times C$	Stały/Fixed	4	13,6743	3,4186	3,12	0,0378
Błąd (5) / Error (5)	Losowy/Random	20	21,8933	$MSE_5 = 1,0947$		

Tabela 2

ANOVA dla układu kompletnego SPSB
ANOVA for the complete SPSB design

Źródło (*f*) Source (*f*)	Efekt Effect	DF	SS	MS	F	p
Bloki (1) / Blocks (1)	Losowy/Random	2	165,9523	82,9762		
A	Stały/Fixed	1	302,8507	302,8507	102,45	0,0096
Błąd (2) / Error (2)	Losowy/Random	2	5,9123	$MSE_2 = 2,9562$		
B	Stały/Fixed	4	493,6123	123,4031	47,09	0,0000
Błąd (3) / Error (3)	Losowy/Random	8	20,9627	$MSE_3 = 2,6203$		
C	Stały/Fixed	1	216,6000	216,6000	174,10	0,0000
$B \times C$	Stały/Fixed	4	58,1717	14,5429	11,69	0,0000
Błąd (4) / Error (4)	Losowy/Random	10	12,0186	$MSE_4 = 1,2019$		
$A \times B$	Stały/Fixed	4	28,7510	7,1878	3,13	0,0794
Błąd (5) / Error (5)	Losowy/Random	8	18,3660	$MSE_5 = 2,2958$		
$A \times C$	Stały/Fixed	1	2,0907	2,0907	2,12	0,1763
$A \times B \times C$	Stały/Fixed	4	13,6743	3,4186	3,46	0,0506
Błąd (6) / Error (6)	Losowy/Random	10	9,8750	$MSE_6 = 0,9875$		

Tabela 3

ANOVA dla układu kompletnego SSP
ANOVA for the complete SSP design

Źródło (*f*) Source (*f*)	Efekt Effect	DF	SS	MS	F	p
Bloki (1) / Blocks (1)	Losowy/Random	2	165,9523	82,9762		
A	Stały/Fixed	1	302,8507	302,8507	102,45	0,0096
Błąd (2) / Error (2)	Losowy/Random	2	5,9123	$MSE_2 = 2,9562$		
B	Stały/Fixed	4	493,6123	123,4031	50,20	0,0000
$A \times B$	Stały/Fixed	4	28,7510	7,1878	2,92	0,0545
Błąd (3) / Error (3)	Losowy/Random	16	18,3660	$MSE_3 = 2,4581$		
C	Stały/Fixed	1	216,6000	216,6000	197,87	0,0000
$A \times C$	Stały/Fixed	1	2,0907	2,0907	1,91	0,1822
$B \times C$	Stały/Fixed	4	58,1717	14,5429	13,29	0,0000
$A \times B \times C$	Stały/Fixed	4	13,6743	3,4186	3,12	0,0378
Błąd (4) / Error (4)	Losowy/Random	20	21,8933	$MSE_4 = 1,0947$		

WNIOSKI

W rozdziale tym określono empiryczną względną efektywność rozważanych w pracy układów kompletnych z tą samą liczbą jednostek eksperymentalnych równą $n = 60$. Uzyskano, że (patrz wzór (4) oraz tabele 1–3):

1. Dla estymacji kontrastów między efektami głównymi czynnika *A* (Nawożenie) porównywane trzy układy są jednakowo skuteczne, czyli precyzja estymacji tych kontrastów jest jednakowa w rozważanych układach.
2. Dla estymacji kontrastów między efektami głównymi czynnika *B* (Odmiany) bardziej skuteczny jest układ SSP w stosunku do dwóch pozostałych układów, czyli SBP i SPSB.

3. Układ SSP jest mniej efektywny w stosunku do dwóch pozostałych rozważanych układów, które są jednakowo skuteczne jeśli chodzi o estymację kontrastów interakcyjnych typu $A \times B$.
4. Dla estymacji kontrastów między efektami głównymi czynnika C (Antywylegacz) oraz między efektami interakcyjnymi typu $A \times C$, $B \times C$ oraz $A \times B \times C$ układ SSP jest tak samo skuteczny jak układ SBP.
5. Dla estymacji kontrastów między efektami głównymi czynnika C oraz między efektami interakcyjnymi typu $B \times C$ bardziej skuteczny okazuje się być układ SSP w stosunku do układu SPSB.
6. Dla estymacji kontrastów między efektami interakcyjnymi typu $A \times C$ i $A \times B \times C$ bardziej skuteczny jest układ SPSB w stosunku do układu SSP.

LITERATURA

Ambroży K., Mejza I. 2006. Doświadczenia trójczynnikowe z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów czynników. Wyd. Polskie Towarzystwo Biometryczne i Prodruk, Poznań.

Ambroży K., Mejza I. 2008 a. The relative efficiency of split-plot × split-block designs and split-block-plot designs. Biometrical Letters, Vol.45, No. 1: 29 — 44.

Ambroży K., Mejza I. 2008 b. Mixed designs in agriculture. XVIIIth Summer School of Biometrics. Pavel Fl'ak (Ed.), VUZV, Nitra, Slovakia: 27 — 35.

Ambroży K., Mejza I. 2009. Analiza danych z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów czynników na przykładzie doświadczenia z łubinem. Biul. IHAR 251: 269 — 281.

Federer W. T., King F. 2007. Variations on split plot and split block experiment designs. Wiley. New Jersey.

Gomez K.A., Gomez A. A. 1984. Statistical procedures for agricultural research. Wiley, New York.

Hering F., Wang M. 1998. Efficiency comparison of split-block design versus split-plot design. Biometrical Letters 35: 27 — 35.

Mejza I. 1997 a. Doświadczenia trójczynnikowe w niekompletnych układach o poletkach podwójnie rozszczepionych. Colloq. Biom. 27: 127 — 138.

Mejza I. 1997 b. Incomplete split-split-plot designs. 51st Session of the International Statistical Institute ISI'97, Istanbul. Contributed Papers, Book 1: 221 — 222.

Mucha S. 1975. Reakcja odmian pszenicy jarej i ozimej na Antywylegacz. Wiadomości Odmianoznawcze*,* Rok II, Zeszyt 2/3, COBORU, Słupia Wielka.

Nelder J. A. 1965 a. The analysis of randomized experiments with orthogonal block structure. 1. Block structure and the null analysis of variance. Proc. of the Royal Society of London A 283: 147 — 162.

Nelder J. A. 1965 b. The analysis of randomized experiments with orthogonal block structure. 2. Treatment structure and general analysis of variance. Proc. of the Royal Society of London A 283: 163 — 178.

Shieh G., Jan S. L. 2004. The effectiveness of randomized complete block design. Statistica Neerlandica Vol. 58, nr. 1: 111 — 124.

Wang M., Herring F. 2005. Efficiency of split-block designs versus split-plot designs for hypothesis testing. Journal of Statistical Planning and Inference, 132: 163 — 182.

Yates F. 1935. Complex experiments (with discussion). J. Roy. Statist. Soc. Suppl. 2: 181 — 247.