

KATARZYNA AMBROŹY**IWONA MEJZA**

Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych, Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

Analiza danych z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów czynników na przykładzie doświadczenia z łubinem

Data analysis with crossed and nested treatment structures based on example of experiment with lupine

W celu zilustrowania proponowanej w pracy metody analizy statystycznej danych nieortogonalnych z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów czynników wykorzystano wyniki z kompletnego doświadczenia kombinowanego z łubinem. Na podstawie tego doświadczenia zostały wygenerowane obserwacje z zachowaniem relacji występujących w układzie kompletnym. Oznacza to, że zamieszczone w tej pracy wnioski należy traktować jedynie w kategorii metodyki planowania i analizy tego typu danych. W doświadczeniu badano wpływ terminu siewu (A) i rozstawy (C) na plon wybranych odmian łubinu (B). W pracy zrezygnowano z kompletności układu i zaplanowano doświadczenie z blokami mniejszymi niż liczba kombinacji obiektowych. W celu porównania skuteczności proponowanych układów doświadczalnych pod względem estymacji efektów porównań między kombinacjami obiektowymi, wykonano analizy statystyczne dwa razy, raz stosując model mieszany dla układu split-block-plot (strip-split-plot) oraz drugi raz dla układu split-plot \times split-block. Przedstawione tu układy są niekompletne ze względu na obiekty czynnika trzeciego (C), a kompletne ze względu na obiekty pozostałych dwóch czynników. Zakładając, że wszystkie porównania dotyczące obiektów czynnika C są jednakowo ważne, jako układ generujący wybrano układ zrównoważony o blokach niekompletnych (BIB). Ze względu na nieortogonalność trójczynnikowych układów oraz różne struktury ich jednostek doświadczalnych, wnioski dotyczące relatywnej efektywności ograniczone zostały do analiz wewnątrz tych warstw, które są właściwe dla różnych typów obiektów i porównań między nimi.

Słowa kluczowe: model mieszany, układ niekompletny split-block-plot (strip-split-plot), układ niekompletny split-plot \times split-block, względna efektywność

To illustrate the proposed in this paper method of a statistical analysis of non-orthogonal data with nested and crossed treatment structures, some results from a complete factorial experiment with lupine were used. The observations have been collected keeping up relations occurring in the original experiment. It means that our conclusions should be treated only in terms of the methodology of a design and analysis of this type of data. The experiment has been designed to test the effects of dates of sowing (A) and spacing (C) on the yield of some lupine varieties (B). In the paper is assumed that the experiment was designed with block sizes less than the number of treatment combinations. For comparing the effectiveness of some experiment designs which are commonly used in such study, the

statistical analyses have been performed twice, once using the mixed model for observations from the split-block-plot (strip-split-plot) type experiment and then the mixed model for observations from split-plot \times split-block type experiment. Both designs presented in this paper are incomplete with respect to the treatments of the third factor (C) and complete with respect to the treatments of the remaining two factors. It was assumed that all comparisons among C treatments effects are equally important, so a balanced incomplete block (BIB) design was chosen as the generating design. Since the both three factorial designs are non-orthogonal and have got different structures of the experimental units, the conclusions considering relative efficiency of them have been limited to the intra-stratum analyses appropriated for the type of comparisons of treatment combinations effects.

Key words: incomplete split-block-plot design (strip-split-plot design), incomplete split-plot \times split-block design, mixed model, relative efficiency

WSTĘP

W ramach Porejestrowego Doświadczalnictwa Odmianowego zorganizowanego przez Centralny Ośrodek Badań Odmiany Roślin Uprawnych (COBORU) prowadzone są rejonowe doświadczenia (polowe, aklimatyzacyjne) w zakresie przydatności odmian do uprawy w różnych warunkach klimatyczno-glebowych. Wśród nich są doświadczenia wieloczynnikowe, których zaletą, jak wiadomo, jest możliwość badania jednoczesnego efektów obiektowych kilku czynników oraz ich wzajemnego oddziaływania (zwanego interakcją). Wadą, natomiast takich doświadczeń jest trudność w interpretacji wyników, szczególnie interakcji wyższego rzędu, przy wielu czynnikach. Innym ograniczeniem jest fakt, że eksperymentator musi szczególnie wnikliwie rozważyć wybór układu eksperymentalnego dla doświadczenia z wieloma czynnikami. Są to bowiem doświadczenia złożone, obejmujące grupę najróżniejszych układów doświadczalnych. Należą do nich układy niezależne (wśród nich najczęściej stosowany układ bloków losowanych kompletnych), układy typu split-plot (w terminologii polskiej nazywane układami podbloków lub układami o jednostkach pojedynczo rozszczepionych), układy typu split-block (w terminologii polskiej nazywane układami pasów prostopadłych) oraz różne kombinacje tych układów, zwane układami mieszanymi (nie mylić z modelem mieszanym, zob. np. Elandt, 1964; Szklarska i in., 1978; Rudnicki i in., 1992). Różnica między poszczególnymi typami układów polega przede wszystkim na sposobie rozmieszczenia obiektów (poziomów, wariantów) każdego czynnika w obrębie bloków. Należy zaznaczyć, że jego konsekwencją jest schemat analizy statystycznej całego doświadczenia, czyli to, z jaką precyzją są estymowane efekty główne czynników oraz poszczególne efekty interakcyjne.

W niniejszej pracy szczególną uwagę zwrócono na dwa układy mieszane doświadczeń z trzema czynnikami. Wyniki można jednak łatwo rozszerzyć na doświadczenia z więcej niż trzema czynnikami, gdy któryś z nich jest kombinacją innych czynników. W układach tych dwa pierwsze czynniki układu posiadają krzyżową strukturę poziomów (taką jak w układzie split-block), natomiast trzeci czynnik jest zagnieżdżony (podobnie jak w układzie split-plot). Oba rozważane układy doświadczalne różnią się sposobem zagnieżdżenia obiektów trzeciego czynnika, co ma swoje odbicie w modelu obserwacji i jego analizie statystycznej. Jeżeli poziomy czynnika trzeciego są zagnieżdżone

w stosunku do kombinacji poziomów dwóch pierwszych czynników, czyli są w układzie split-plot względem tej kombinacji, to układ mieszany w pracy nazywany jest układem split-block-plot (w skrócie SBP). Natomiast, gdy poziomy czynnik trzeciego są zagnieżdżone w stosunku do poziomów jednego tylko czynnika, czyli są w układzie split-plot względem tego czynnika, to układ mieszany w pracy nazywany jest układem split-plot \times split-block (w skrócie SPSB). Oba układy są znane z literatury i niejednokrotnie wykorzystywane w doświadczalnictwie rolniczym (zwłaszcza polowym) oraz w badaniach z zakresu ochrony roślin. Zazwyczaj są stosowane w wersji kompletnej, to znaczy takiej, w której wszystkie kombinacje poziomów (wariantów) trzech czynników występują w obrębie bloków.

Należy nadmienić, że w literaturze światowej układ split-block-plot (SBP) występuje również pod nazwą układ strip-split-plot (np. Gomez i Gomez, 1984; Halvorson i in., 2001; Howell i in., 2002; Baron i in., 2000; Federer i King, 2007). W polskiej literaturze układ kompletny SBP został dokładnie opisany przez Trętowskiego i Wójcika (1988), pod nazwą układ split-block-split-plot w wersji dla trzech i czterech czynników.

Układ kompletny split-plot \times split-block (SPSB), z kolei jest wymieniony, między innymi, w podręczniku Rudnickiego i in. (1992) pod nazwą polską jako układ mieszany losowanych podbloków z równoważnymi podblokami oraz nazwą angielską split-plot — split-block. Jest on szczególnie użyteczny w doświadczeniach polowych (zob. np. Mucha, 1975; Wadas i in., 2004, 2005; Podleśny i Strobel, 2006) oraz w badaniach nad środkami ochrony roślin (zob. np. Pilarczyk, 2000). W literaturze światowej układy tego typu (w wersji kompletnej) zostały opisane, między innymi, przez LeClerga i wsp. (1962) oraz Federera i Kinga (2007).

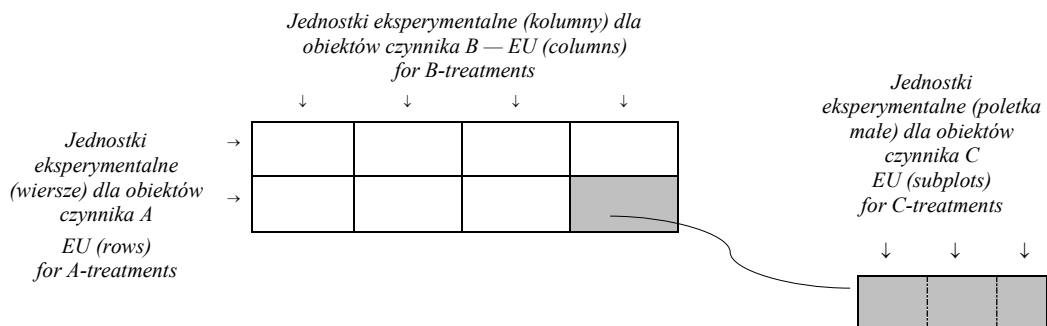
Ogólną metodykę obejmującą planowanie doświadczeń w układach kompletnych i niekompletnych typu SBP i SPSB oraz modelowanie i analizę wyników (przy modelu mieszanym) z takich doświadczeń przedstawiły Ambroży i Mejza (2006).

W niniejszej pracy została zaproponowana analiza statystyczna danych z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów (obiektów) trzech czynników z doświadczeń nieortogonalnych (niekompletnych). Rozważono dwie różne struktury materiału doświadczalnego. Przedstawiono konsekwencje (planowanej) niekompletności układów SBP i SPSB oraz wyboru każdej z tych struktur w doświadczeniu. W celu zilustrowania metody analizy statystycznej wykorzystano wyniki z kompletnego doświadczenia kombinowanego z łubinem (zob. Barbacki, 1951). Na podstawie tego doświadczenia zostały wygenerowane obserwacje z zachowaniem relacji występujących w układzie kompletnym, co oznacza, że zamieszczone w tej pracy wnioski należy traktować jedynie w kategorii metodyki planowania i analizy danych z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów. Analiza wyników doświadczenia została przeprowadzona dwukrotnie w celu porównania skuteczności rozważanych w tej pracy układów doświadczalnych w kontekście estymacji porównań obiektowych z wykorzystaniem empirycznej względnej efektywności.

MATERIAŁ I METODY

W doświadczeniu badano wpływ terminu siewu i rozstawy roślin na plon wybranych odmian łubinu. Termin siewu przyjęto jako czynnik pierwszy (A) w dwóch wariantach ($s = 2$): A_1 — termin pierwszy (31.03), A_2 — termin drugi (28.04). Obiekty czynnika drugiego (B_1, B_2, B_3, B_4) były reprezentowane przez cztery odmiany łubinu ($t = 4$) trzech gatunków: łubinu białego (w dwóch odmianach), łubinu żółtego i łubinu wąskolistnego (niebieskiego), a obiekty czynnika trzeciego (C) przez następującą rozstawę roślin ($w = 6$): C_1 — 10 cm \times 10 cm, C_2 — 5 cm \times 20 cm, C_3 — 10 cm \times 20 cm, C_4 — 5 cm \times 30 cm, C_5 — 10 cm \times 30 cm, C_6 — 5 cm \times 40 cm. Liczba kombinacji obiektowych $v (= stw)$ była równa 48 ($= 2 \times 4 \times 6$). Wielkość poletka wynosiła 3,6 m². W układzie trójczynnikiem kompletnym cały blok obejmowałby powierzchnię co najmniej 172,8 m² ($48 \times 3,6$ m²). Załóżmy, że pojawiły się trudności z wyznaczeniem odpowiednich bloków, więc zrezygnowano z kompletności układu i zaplanowano doświadczenie z blokami mniejszymi niż liczba kombinacji obiektowych w jednym z dwóch układów doświadczalnych: split-block-plot (SBP) lub split-plot \times split-block (SPSB).

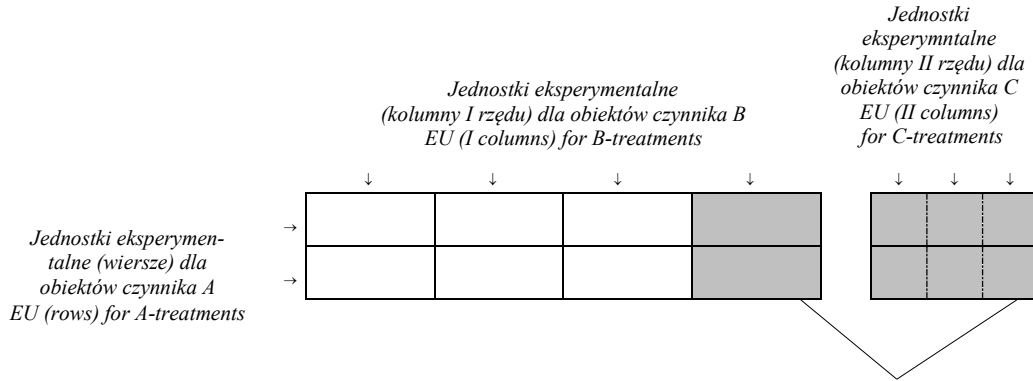
Rozważmy najpierw sytuację pierwszą, w której doświadczenie założono w układzie niekompletnym SBP w dziesięciu blokach. W każdym bloku wyznaczono dwa wiersze ($k_1 = 2$) i cztery kolumny ($k_2 = 4$). W wierszach rozmieszczono losowo obiekty czynnika A (terminy siewu), a w kolumnach obiekty czynnika B (odmiany łubinu). Następnie każde poletko duże (na przecięciu wiersza i kolumny) podzielono na trzy poletka małe (na których rozmieszczono trzy wybrane obiekty czynnika C (rozstawa)). Rozmieszczenie obiektów czynnika C na poletkach małych w obrębie poletek dużych przedstawia macierz incydencji (1). Generuje ona także parametry całego układu SBP. Schemat każdego bloku układu jest przedstawiony na rysunku 1.



Rys. 1. Struktura jednostek doświadczalnych różnego rzędu w obrębie jednego bloku w układzie SBP
Fig. 1. The structure of different order experimental units inside an individual block in the SBP design

Jako sytuację drugą rozważmy, że doświadczenie założono w układzie niekompletnym SPSB w dziesięciu blokach. Podobnie jak w układzie SBP, obiekty czynnika A (terminy siewu) rozmieszczono w sposób losowy w wierszach ($k_1 = 2$), a obiekty czynnika B (odmiany łubinu) w kolumnach I rzędu ($k_2 = 4$) wewnątrz każdego bloku. Następnie każdą

kolumnę I rzędu rozszczepiono na trzy kolumny II rzędu ($k_3 = 3$), w których w sposób losowy rozmieszczono obiekty czynnika C (rozstawa), zgodnie z planem doświadczenia (1). Macierz (1) generuje parametry układu SPSB. Schemat każdego bloku układu jest przedstawiony na rysunku 2.



Rys. 2. Struktura jednostek doświadczalnych różnego rzędu w obrębie jednego bloku, w układzie SPSB
Fig. 2. The structure of different order experimental units inside an individual block in the SPSB design

W obu sytuacjach przyjęto założenie, że wszystkie porównania dotyczące obiektów czynnika C są jednakowo ważne. Zatem jako układ generujący dla czynnika C wybrano układ zrównoważony o blokach niekompletnych (BIB) o następującej macierzy incydencji (zob. Cochran i Cox 1957, plan układu 11.4):

$$\mathbf{N}_C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

gdzie liczba obiektów $w = 6$, liczba bloków $b_3 = 10$, pojemność bloków $k_3 = 3$, liczba replikacji $r = 5$ oraz liczba spotkań każdej pary obiektów w blokach $\lambda = 2$.

Wówczas macierz incydencji względem bloków całego doświadczenia (dla obu rozważanych układów) jest postaci:

$$\mathbf{N}_1 = \mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{1}_4 \otimes \mathbf{N}_C \quad (2)$$

Zgodnie z powyższą konstrukcją, w blokach, zarówno w układzie SBP jak i SPSB, występują różne kombinacje obiektowe, których schemat jest następujący:

$$\begin{array}{ll} \{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_1, C_2, C_5\}, & \{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_1, C_2, C_6\}, \\ \{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_1, C_3, C_4\}, & \{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_1, C_3, C_6\}, \\ \{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_1, C_4, C_5\}, & \{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_2, C_3, C_4\}, \end{array}$$

$$\begin{aligned} &\{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_2, C_3, C_5\}, & \{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_2, C_4, C_6\}, \\ &\{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_3, C_5, C_6\}, & \{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_4, C_5, C_6\}, \end{aligned}$$

gdzie $\{A_1, A_2 \mid B_1, B_2, B_3, B_4 \mid C_l, C_o, C_z\}$, $l < o < z$; $l, o, z \in \{1, 2, \dots, 6\}$, oznacza jeden blok (przed randomizacją). Stąd, rozważane układy SBP i SPSB mają następujące parametry: liczba kombinacji obiektowych $v = stw = 48$, liczba bloków $b = b_3 = 10$, pojemność bloków $k = stk_3 = 24$, liczba obserwacji $n = bk_1k_2k_3 = 240$. Wektor replikacji kombinacji obiektowych $\mathbf{r} = \mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{1}_4 \otimes \mathbf{r}_C$, gdzie $\mathbf{r}_C = [5, 5, 5, 5, 5, 5]'$, czyli $\mathbf{r} = 5\mathbf{1}_{48}$. A zatem wszystkie kombinacje obiektowe są jednakowo replikowane (5 razy).

Celem doświadczenia było, między innymi, zweryfikowanie hipotez ogólnych zakładających, że średnie (oczekiwane) plony uzyskiwane dla poszczególnych terminów siewu są jednakowe (hipoteza 1), że średnie (oczekiwane) plony uzyskiwane przez badane odmiany łubinu są jednakowe (hipoteza 2) i że średnie (oczekiwane) plony uzyskiwane dla rozstawy są jednakowe (hipoteza 3). Druga grupa hipotez ogólnych dotyczy interakcji. Orzekają one, że nie ma interakcji między terminami i odmianami łubinu (hipoteza 4), między terminami i rozstawą (hipoteza 5), między odmianami łubinu i rozstawą (hipoteza 6) oraz między terminami, odmianami łubinu i rozstawą (hipoteza 7).

W proponowanej analizie statystycznej dużą rolę odgrywiają macierze informacji oznaczone symbolem A_f , $f = 0, 1, \dots, m$, gdzie m określa liczbę głównych warstw w modelach wielowarstwowych (przy czym $m = 5$ dla SBP oraz $m = 6$ dla SPSB; zob. Ambroży i Mejza, 2002 a, 2002 b, 2003, 2006).

Jeżeli układ doświadczalny jest ogólnie zrównoważony (GB — general balance), a takie są w tej pracy rozważane, to wymienione wyżej macierze informacji posiadają ten sam zbiór wektorów własnych, wyznaczających porównania (kontrasty) między efektami kombinacji obiektowych. Właściwość GB można sprawdzić, badając komutowanie wszystkich macierzy A_f względem replikacji kombinacji obiektowych (zob. np. Houtman i Speed, 1983; Ambroży i Mejza, 2006). Z kolei wartości własne macierzy A_f , odpowiadające wektorom własnym względem replikacji, są interpretowane jako współczynniki efektywności układu w poszczególnych warstwach pod względem estymacji efektów porównań obiektowych. Można je obliczyć korzystając z pakietów komputerowych, np. Genstat; SAS; Scientific WorkPlace lub skorzystać z wyprowadzonych gotowych wzorów (zob. Ambroży i Mejza, 2002 a, 2002 b, 2004, 2006). Przy ich wyprowadzaniu skorzystano, między innymi, z warunku estymowalności kontrastu (zob. np. Ambroży i Mejza, 2006).

ANALIZA WYNIKÓW DOŚWIADCZENIA ZGODNIE Z MODELEM UKŁADU SBP

Ze struktury macierzy informacji dla kombinacji obiektowych A_f , $f = 0, 1, \dots, 5$ (Ambroży i Mejza, 2006) oraz z warunku estymowalności kontrastów wynika wniosek 1 (zob. też tab. 1).

Wniosek 1

W układzie SBP wygenerowanym w oparciu o macierze (1) i (2):

- wszystkie kontrasty między efektami głównymi czynnika A , efektami głównymi czynnika B oraz wszystkie kontrasty związane z efektami interakcji $A \times B$ są

- estymowane z pełną efektywnością (tzn. współczynnik efektywności, równy 1, jest taki sam jak w układzie kompletnym), odpowiednio w warstwach (2), (3) i (4);
- wszystkie kontrasty pomiędzy efektami głównymi czynnika C są estymowane w dwóch warstwach: w warstwie (1) ze współczynnikiem efektywności równym $1/5$ oraz w warstwie (5) ze współczynnikiem efektywności równym $4/5$;
 - wszystkie kontrasty interakcyjne związane z efektami interakcji $A \times C$ są estymowane w warstwie (2) ze współczynnikiem efektywności równym $1/5$ oraz w warstwie (5) ze współczynnikiem efektywności równym $4/5$;
 - wszystkie kontrasty interakcyjne związane z efektami interakcji $B \times C$ są estymowane w warstwie (3) ze współczynnikiem efektywności równym $1/5$ oraz w warstwie (5) ze współczynnikiem efektywności równym $4/5$;
 - wszystkie kontrasty interakcyjne związane z efektami interakcji $A \times B \times C$ są estymowane w warstwie (4) ze współczynnikiem efektywności równym $1/5$ oraz w warstwie (5) ze współczynnikiem efektywności równym $4/5$.

Tabela 1

Warstwowe współczynniki efektywności dla przykładu (układ SBP)
Stratum efficiency factors for the example (the SBP design)

Typy kontrastów Types of contrasts	Warstwy — Strata				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
A		1			
B			1		
C	1/5				4/5
$A \times B$				1	
$A \times C$		1/5			4/5
$B \times C$			1/5		4/5
$A \times B \times C$				1/5	4/5

(1) — warstwa między blokami /the Inter-block stratum, (2) — warstwa między wierszami / the Inter-row stratum, (3) — warstwa między kolumnami / the Inter-column stratum, (4) — warstwa między poletkami dużymi / the inter-whole plot stratum, (5) — warstwa między poletkami małymi / the Inter-subplot stratum

Z tabeli 1 wynika, że w wygenerowanym układzie SBP, jedynie informacja o kontrastach dotyczących czynnika C i interakcji związanych z tym czynnikiem jest rozłożona między dwie warstwy (odpowiednio do typu kontrastu). Większa część informacji (80%) o tych kontrastach jest zawarta w warstwie (5) — między poletkami małymi. Wydaje się, że wielkość ta upoważnia do oparcia wnioskowania statystycznego o tych kontrastach na informacji z tej warstwy.

Biorąc pod uwagę wyniki analizy wariancji dla układu niekompletnego SBP zamieszczone w tabeli 2, wyciągnięto wnioski o odrzuceniu wszystkich siedmiu hipotez ogólnych na poziomie istotności $\alpha = 0,01$.

Po odrzuceniu hipotez ogólnych w warstwach powstaje konieczność badania szczegółowego kontrastów estymowalnych w tych warstwach (zob. np. Ambroży i Mejza, 2006).

Analiza wariancji dla przykładu w układzie niekompletnym SBP
ANOVA for the example in the incomplete SBP design

Źródła zmienności Sources of variations	St. swobody DF	Sumy kwadratów SS	Średnie kwadraty MS	F	<i>p</i>
Warstwa (1) - między blokami — The inter-block stratum (1)					
Czynnik <i>C</i> (Rozstawa) Factor <i>C</i> (Spacing)	5	0,0426	0,0085	7,08*	0,041
Błąd (1) — Error (1)	4	0,0050	0,0012		
Całość (1) - Bloki Total (1) - Blocks	9	0,0476			
Warstwa (2) - między wierszami — The inter-row stratum (2)					
Czynnik <i>A</i> (Termin siewu) Factor <i>A</i> (Date of sowing)	1	9,0673	9,0673	4772,26**	0,000
<i>A</i> × <i>C</i>	5	0,0838	0,0168	8,84*	0,028
Błąd (2) — Error (2)	4	0,0078	0,0019		
Całość (2) - Wiersze Total (2) - Rows	10	9,1589			
Warstwa (3) - między kolumnami — The inter-column stratum (3)					
Czynnik <i>B</i> (Odmiany łubinu) Factor <i>B</i> (Varieties)	3	22,4044	7,4681	278,66**	0,000
<i>B</i> × <i>C</i>	15	0,3086	0,0206	0,77	0,690
Błąd (3) — Error (3)	12	0,3214	0,0268		
Całość (3) - Kolumny Total (3) - Columns	30	23,0344			
Warstwa (4) - między poletkami dużymi — The inter-whole plot stratum (4)					
<i>A</i> × <i>B</i>	3	1,3562	0,4521	17,19**	0,000
<i>A</i> × <i>B</i> × <i>C</i>	15	0,2625	0,0175	0,665	0,775
Błąd (4) — Error (4)	12	0,3157	0,0263		
Całość (4) - Pol. duże Total (4) - Whole plots	30	1,9343			
Warstwa (5) - między poletkami małymi — The inter-subplot stratum (5)					
Czynnik <i>C</i> (Rozstawa) Factor <i>C</i> (Spacing)	5	0,2278	0,0456	6,33**	0,000
<i>A</i> × <i>C</i>	5	0,1235	0,0247	3,43**	0,006
<i>B</i> × <i>C</i>	15	0,7170	0,0478	6,64**	0,000
<i>A</i> × <i>B</i> × <i>C</i>	15	0,2512	0,0167	2,32**	0,006
Błąd (5) — Error (5)	120	0,8693	0,0072		
Całość (5) - Pol. małe Total (5) - Subplots	160	2,1888			
Całość — Total	239	36,6184			

* $p < 0,05$, ** $p < 0,01$

ANALIZA WYNIKÓW DOŚWIADCZENIA ZGODNIE Z MODELEM UKŁADU SPSB

Ze struktury macierzy informacji A_f , $f = 0, 1, \dots, 6$ (Ambroży i Mejza, 2006) oraz z warunku estymowalności kontrastów wynika wniosek 2 (zob. też tab. 3).

Wniosek 2

W układzie SPSB wygenerowanym w oparciu o macierze (1) i (2):

- wszystkie kontrasty między efektami głównymi czynnika A , efektami głównymi czynnika B oraz wszystkie kontrasty związane z efektami interakcji $A \times B$ są estymowane identycznie, jak w układzie SBP z pełną efektywnością, odpowiednio w warstwach (2), (3) i (5);
- wszystkie kontrasty pomiędzy efektami głównymi czynnika C są estymowane w warstwie (1) ze współczynnikiem efektywności równym $1/5$ oraz w warstwie (4) ze współczynnikiem efektywności równym $4/5$;
- wszystkie kontrasty interakcyjne związane z efektami interakcji $A \times C$ są estymowane w warstwie (2) ze współczynnikiem efektywności równym $1/5$ oraz w warstwie (6) ze współczynnikiem efektywności równym $4/5$;
- wszystkie kontrasty interakcyjne związane z efektami interakcji $B \times C$ są estymowane w warstwie (3) ze współczynnikiem efektywności równym $1/5$ oraz w warstwie (4) ze współczynnikiem efektywności równym $4/5$;
- wszystkie kontrasty interakcyjne związane z efektami interakcji $A \times B \times C$ są estymowane w warstwie (5) ze współczynnikiem efektywności równym $1/5$ oraz w warstwie (6) ze współczynnikiem efektywności równym $4/5$.

A zatem hipotezy ogólne 1, 2 i 4 są testowalne w takich samych warstwach w obu układach. Wyniki testowania tych trzech hipotez są identyczne, jak w układzie SBP.

Z kolei wnioskowanie o kontrastach pomiędzy efektami głównymi czynnika C i o kontrastach związanych z efektami interakcji $B \times C$ można przeprowadzić w warstwie między kolumnami II rzędu (gdzie znajduje się 80% informacji), a o kontrastach związanych z efektami interakcji $A \times C$ i $A \times B \times C$ w warstwie między poletkami małymi (gdzie też znajduje się 80% informacji o tych kontrastach).

Tabela 3

Warstwowe współczynniki efektywności dla przykładu (układ SPSB)
Stratum efficiency coefficients for the example (the SPSB design)

Typy kontrastów Types of contrasts	Warstwy — Strata					
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
A		1				
B			1			
C	1/5			4/5		
$A \times B$					1	
$A \times C$		1/5				4/5
$B \times C$			1/5	4/5		
$A \times B \times C$					1/5	4/5

(1) — warstwa między blokami i / the inter-block stratum, (2) — warstwa między wierszami / the inter-row stratum, (3) — warstwa między kolumnami i rzędu / the inter- i column stratum, (4) — warstwa między kolumnami II rzędu / the inter-II column stratum, (5) — warstwa między poletkami dużymi / the inter-whole plot stratum (6) — warstwa między poletkami małymi / the inter-subplot stratum

Analiza wariancji dla przykładu w układzie niekompletnym SPSB
ANOVA for the example in the incomplete SPSB design

Źródła zmienności Sources of variations	St. swobody DF	Sumy kwadratów SS	Średnie kwadraty MS	F	<i>p</i>
Warstwa (1) - Między blokami — The inter-block stratum (1)					
Czynnik C (Rozstawa) Factor C (Spacing)	5	0,0426	0,0085	7,08*	0,041
Błąd (1) — Error (1)	4	0,0050	0,0012		
Całość (1) - Bloki Total (1) - Blocks	9	0,0476			
Warstwa (2) - Między wierszami — The inter-row stratum (2)					
Czynnik A (Termin siewu) Factor A (Date of sowing)	1	9,0673	9,0673	4772,26**	0,000
$A \times C$	5	0,0838	0,0168	8,84*	0,028
Błąd (2) — Error (2)	4	0,0078	0,0019		
Całość (2) - Wiersze Total (2) - Rows	10	9,1589			
Warstwa (3) - Między kolumnami I rzędu — The inter-I column stratum (3)					
Czynnik B (Odmiany łubinu) Factor B (Varieties)	3	22,4044	7,4681	278,66**	0,000
$B \times C$	15	0,3086	0,0206	0,77	0,690
Błąd (3) — Error (3)	12	0,3214	0,0268		
Całość (3) - Kolumny I Total (3) - I columns	30	23,0344			
Warstwa (4) - Między kolumnami II rzędu — The inter-II column stratum (4)					
Czynnik C (Rozstawa) Factor C (Spacing)	5	0,2278	0,0456	5,56**	0,000
$B \times C$	15	0,7170	0,0478	5,83**	0,000
Błąd (4) — Error (4)	60	0,4915	0,0082		
Całość (4) - Kolumny II Total (4) - II columns	80	1,4363			
Warstwa (5) - Między poletkami dużymi — The inter-whole plot stratum (5)					
$A \times B$	3	1,3562	0,4521	17,19**	0,000
$A \times B \times C$	15	0,2625	0,0175	0,66	0,779
Błąd (5) — Error (5)	12	0,3157	0,0263		
Całość (5) - Pol. duże Total (5) - Whole plots	30	2,1888			
Warstwa (6) - Między poletkami małymi — The inter-subplot stratum (6)					
$A \times C$	5	0,1235	0,0247	3,92**	0,004
$A \times B \times C$	15	0,2512	0,0167	2,65**	0,004
Błąd (6) — Error (6)	60	0,3777	0,0063		
Całość (6) - Pol. małe Total (6) - Subplots	80	0,7524			
Całość — Total	239	36,6184			

* $p < 0,05$; ** $p < 0,01$

Z tabeli 4 wynika, że hipotezę dotyczącą czynnika C (hipoteza 3) odrzucono w warstwie między kolumnami II rzędu, hipotezę dotyczącą interakcji $A \times C$ (hipoteza 5) odrzucono w warstwie między poletkami małymi, hipotezę dotyczącą interakcji $B \times C$ (hipoteza 6) odrzucono w warstwie między kolumnami II rzędu, a hipotezę dotyczącą interakcji $A \times B \times C$ (hipoteza 7) odrzucono w warstwie między poletkami małymi. Wymienione hipotezy odrzucono na poziomie istotności $\alpha = 0,01$.

Wszystkie wnioski wynikające z odrzucenia hipotez ogólnych (1) - (7) są takie same jak w poprzedniej analizie.

DYSKUSJA ORAZ WNIOSKI

Empiryczna względna efektywność dwóch układów kompletnych typu SBP oraz SPSB (z tą samą liczbą jednostek eksperymentalnych równą n) została określona w pracach Ambroży i Mejzy (2006, 2008). Zamieszczone są tam następujące wnioski:

1. Dla estymacji kontrastów między efektami głównymi czynników A i B oraz między efektami interakcyjnymi typu $A \times B$ oba porównywane układy kompletne są jednakowo skuteczne, czyli precyzja estymacji tych kontrastów jest jednakowa w obu układach.
2. Dla estymacji kontrastów między efektami głównymi czynnika C oraz między efektami interakcyjnymi typu $B \times C$ bardziej skuteczny okazuje się być układ SBP, bowiem precyzja estymacji tych porównań jest w nim większa niż w układzie SPSB.
3. Z kolei układ SPSB jest bardziej efektywny w stosunku do układu SBP, jeśli chodzi o estymację kontrastów interakcyjnych typu $A \times C$ i $A \times B \times C$. Precyzja estymacji tych porównań jest w nim większa niż w układzie SBP.

Powyższych wniosków nie można jednak w sposób ogólny rozszerzyć na wszystkie układy niekompletne SBP i SPSB, tzn. takie gdy $k_1 < s$ lub/i $k_2 < t$ lub/i $k_3 < w$. W wypadku badania skuteczności układów niekompletnych porównuje się zazwyczaj układy wygenerowane tą samą metodą, w odpowiadających sobie warstwach, w których dany kontrast jest estymowalny.

W pracy układem generującym, jednakowym dla układów SBP i SPSB, dla obiektów czynnika C jest układ zrównoważony o blokach niekompletnych (BIB). Zatem głównym (choć nie jedynym) źródłem informacji o kontrastach są te same warstwy co w układach kompletnych SBP i SPSB (zob. tab. 5).

W tabelach 1 i 3 zamieszczono informację o wyznaczonych w warstwach współczynnikach efektywności, odpowiednio, dla układów SBP i SPSB. Można zauważyć, że odpowiadające sobie warstwowe współczynniki efektywności w obu układach mieszanych są jednakowe. Z tabel tych wynika, że stosując każdy z rozważanych układów traci się 20% informacji o kontrastach dotyczących czynnika C i interakcji związanych z tym czynnikiem (w porównaniu z układem kompletnym). W pracy zaproponowano wykonanie analiz statystycznych wykorzystujących pozostałe 80% informacji w odpowiednich warstwach. Inną metodą jest odzyskiwanie informacji z pozostałych warstw, stosując

kombinowanie estymatorów i testów (zob. Caliński i Kageyama, 2000; Ambroży i Mejza, 2006).

Tabela 5

Skuteczność układów w estymacji kontrastów między efektami głównymi czynników i efektami interakcyjnymi w przykładzie
Efficiency of the designs in estimation of contrasts among main effects and interaction effects in the example

Typy kontrastów Types of contrasts	Liczba kontrastów Number of contrasts	Numer warstwy Number of the stratum		Układ SBP SBP design	Układ SPSB SPSB design
		układ SBP SBP design	układ SPSB SPSB design		
<i>A</i>	1	(2)	(2)	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>B</i>	3	(3)	(3)	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>A × B</i>	3	(4)	(5)	<i>a</i>	<i>a</i>
<i>C</i>	5	(5)	(4)	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>A × C</i>	5	(5)	(6)	<i>b</i>	<i>a</i>
<i>B × C</i>	15	(5)	(4)	<i>a</i>	<i>b</i>
<i>A × B × C</i>	15	(5)	(6)	<i>b</i>	<i>a</i>

a, b — Zmniejszający się alfabetycznie stopień skuteczności układów w warstwach

a, b — Degrees of stratum efficiency of the designs, in decreasing order

Numery i odpowiadające im nazwy warstw dla układów SBP oraz SPSB są podane odpowiednio pod tabelami 1 i 3.

The numbers and names of the strata for the SBP and SPSB designs are given under the tables 1 and 3, respectively

LITERATURA

- Ambroży K., Mejza I. 2002 a. Doświadczenia trójczynnikiowe w układzie pasów prostopadłych z rozszczepionymi poletkami. *Colloquium Biometryczne* 32: 79 — 91.
- Ambroży K., Mejza I. 2002 b. Some incomplete split-block-plot designs. *Scientific Papers of Agriculture University of Poznań, Agriculture, Vol. 3.* 2002.
- Ambroży K., Mejza I. 2003. Some split-plot × split-block designs. *Colloquium Biometryczne* 33: 83–96.
- Ambroży K., Mejza I. 2004. Split-plot × split-block type three factors designs. *Proc. of the 19th International Workshop on Statistical Modelling*: 291 — 295.
- Ambroży K., Mejza I. 2006. Doświadczenia trójczynnikiowe z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów czynników. *Wyd. Polskie Towarzystwo Biometryczne i PRODRUK, Poznań.*
- Ambroży K., Mejza I. 2008. The relative efficiency of split-plot × split-block designs and split-block-plot designs. *Biometrical Letters, Vol. 45, No. 1*: 29 — 44.
- Barbacki S. 1951. Doświadczenia kombinowane. PWRiL, Warszawa.
- Baron V.S., Dick A.C., King J.R. 2000. Leaf and stem mass characteristics of cool-season grasses grown in the Canadian Parkland. *Agron. J.* 92: 54 — 63.
- Caliński, T., Kageyama, S. 2000. *Block Designs: A Randomization Approach, Volume I: Analysis. Lecture Notes in Statistics 150, Springer-Verlag, New York.*
- Cochran W. G., Cox G. M. 1957. *Experimental designs.* Wiley, New York.
- Elandt R. 1964. *Statystyka matematyczna w zastosowaniu do doświadczeń rolniczego.* PWN, Warszawa.
- Federer W. T., King F. 2007. *Variations on Split Plot and Split Block Experiment Designs.* John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Gomez K. A., Gomez A. A. 1984. *Statistical procedures for agricultural research.* Wiley, New York.
- Halvorson A. D., Wienhold B. J., Black A. L. 2001. Tillage and nitrogen fertilization influence grain and soil nitrogen in an annual cropping system. *Agron. J.* 93: 836 — 841.
- Houtman A. M., Speed T. P. 1983. Balance in designed experiments with orthogonal block structure. *Ann. Statist.* 11: 1069 — 1085.

- Howell T. A., Schneider A. D., Dusek D. A. 2002. Effects of furrow diking on corn response to limited and full sprinkler irrigation. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 66: 222 — 227.
- LeClerc E. L., Leonard W. H., Clark A. G. 1962. *Field plot technique*. Burgess, Minneapolis.
- Mucha S. 1975. Reakcja odmian pszenicy jarej i ozimej na antywylegacz. *Wiadomości Odmianoznawcze*, Rok II, Zeszyt 2/3, COBORU, Słupia Wielka.
- Pilarczyk W. 2000. O analizie wyników pewnego doświadczenia czteroczynnikowego z rzepakiem ozimym. *Colloquium Biometryczne* 30: 24 — 33.
- Podleśny J., Strobel W. 2006. Wpływ terminu siewu na kształtowanie wielkości plonu nasion i białka zróżnicowanych genotypów łubinu wąskolistnego. *Acta Agrophysica* 8 (4): 923 — 933.
- Rudnicki F. (red.). 1992. *Praca zbiorowa: Doświadczalnictwo rolnicze*. AT-R, Bydgoszcz.
- Szklarska J., Walewski R., Pielat H., Radzikowska A. 1978. *Wybrane metody statystyki matematycznej w doświadczalnictwie rolniczym i warzywniczym*. Państwowe Wydawnictwo Rolnicze i Leśne – Oddział w Poznaniu.
- Trętowski J., Wójcik A. R. 1988. *Metodyka doświadczeń rolniczych*. WSRP, Siedlce.
- Wadas W., Jabłońska-Ceglarek R., Kosterna E. 2004. The effect of the cultivation method and nitrogen fertilization on the size and structure of the field of immature potato tubers. *Electronic Journal of Polish Agricultural Universities. Horticulture*, 7 (1), art-07.html.
- Wadas W., Jabłońska-Ceglarek R., Kosterna E. 2005. The nitrates content in early potato tubers depending on growing conditions. *Electronic Journal of Polish Agricultural Universities. Horticulture*, 8 (1), art-26.html.