DOI: 10.37317/biul-2014-0004

KATARZYNA AMBROŻY-DERĘGOWSKA
IWONA MEJZA
Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

Niektóre aspekty statystyczne planowania doświadczeń nieortogonalnych typu split-split-plot

Some statistical aspects of the planning of non-orthogonal experiments of split-split-plot type

Celem pracy jest zaprezentowanie pewnej metody konstrukcji układów niekompletnych typu split-split-plot dla doświadczeń nieortogonalnych z co najmniej trzema czynnikami. W literaturze znanych jest wiele metod konstrukcji układów niekompletnych. Często wykorzystuje się w nich bogatą teorię układów blokowych. Wybierając jeden z nich lub więcej z takich układów do wygenerowania na przykład, niekompletnego układu split-split-plot, szczególny nacisk należy położyć, między innymi, na optymalne wykorzystanie materiału doświadczalnego. Należy również zwrócić uwagę na ewentualność zastosowania obiektów kontrolnych lub wzorca dla jednego lub więcej czynników oraz możliwość takiego zaplanowania doświadczenia, aby najbardziej interesujące dla eksperymentatora kontrasty obiektowe były estymowane z największą precyzją (efektywnością). W pracy powyższe rozważania zilustrowano opisując nowy układ niekompletny typu split-split-plot na przykładzie doświadczenia z pszenicą ozimą. Przedstawiono statystyczne konsekwencje planowania doświadczeń w takim układzie. W analizie statystycznej zastosowano techniki właściwe dla tak zwanych doświadczeń wielowarstwowych oraz korzystano z teorii kontrastów bazowych.

Słowa kluczowe: doświadczenie nieortogonalne, efektywność układu, układ blokowy częściowo zrównoważony, układ split-split-plot

The aim of this paper is to present a method of constructing incomplete split-split-plot type designs for non-orthogonal experiments with at least three factors. Many methods of constructing incomplete designs are known from the literature, often drawing on the rich theory of block designs. When choosing one or more such designs to generate, for example, an incomplete split-split-plot design, special attention must be paid, inter alia, to the optimal use of the experimental material. Consideration should also be given to the possibility of using control or standard treatments for one or more factors, and the possibility of planning the experiment so that the treatment contrasts most interesting to the researcher are estimated with the greatest precision (efficiency). In this paper, the above considerations are illustrated with reference to a new incomplete split-split-plot design for an experiment with winter

Redaktor prowadzący: Wiesław Mądry

wheat. The statistical consequences of planning an experiment with such a design are described. The statistical analysis uses techniques appropriate to multi-stratum experiments, as well as the theory of basic contrasts.

Key words: design efficiency, non-orthogonal experiment, partially balanced block design, split-split-plot design

WSTĘP

Wiele doświadczeń rolniczych, biochemicznych lub z zakresu ochrony roślin zakłada się i analizuje w układzie kompletnym (tutaj także ortogonalnym) typu split-split-plot (SSP). Stosowany jest wtedy zagnieżdżony system jednostek (poletek) doświadczalnych I, II i III rzędu w obrębie materiału doświadczalnego. Doświadczenia takie są co najmniej trójczynnikowe, w których ważna jest kolejność czynników, przy czym trzeci z nich jest na ogół najważniejszy dla doświadczalnika. Jest to związane z niejednakową precyzją estymacji parametrów obiektowych. Największa precyzja estymacji ma miejsce dla efektów poziomów czynnika zastosowanego na poletkach III rzędu pod warunkiem, że doświadczenie zostało poprawnie założone (zob. np. Ambroży i Mejza, 2012).

W statystycznych terminach, każdy układ doświadczalny ortogonalny jest "najlepszy". Ortogonalność układu SSP ułatwia optymalne (z pełną efektywnością) oszacowanie efektów obiektowych wszystkich czynników oraz interakcji różnego rzędu między nimi i pozwala na proste wykonywanie testów zarówno hipotez ogólnych, jak i hipotez szczegółowych. Układ taki wymaga jednak spełnienia pewnych założeń. Do najważniejszych z nich należy zapewnienie jednorodności poletek doświadczalnych (materiału doświadczalnego) wewnątrz bloków. W wypadku znacznej liczby poziomów czynników, pojemność bloków szybko wzrasta. Mogą być trudności z wyznaczeniem jednorodnych bloków. Jednym ze sposobów uniknięcia tej niedogodności jest rezygnacja z kompletności układu, tzn. zaplanowanie doświadczenia z blokami mniejszymi niż liczba kombinacji poziomów czynników. Wtedy wybrany ostatecznie układ jest układem niekompletnym (nieortgonalnym) split-split-plot (SSP) w tym sensie, że nie wszystkie kombinacje obiektowe występują w każdym bloku (zob. np. Ambroży i Mejza, 2013). Planując doświadczenie nieortogonalne typu SSP należy wziąć pod uwagę wiele elementów. Pomijając jednak aspekt techniczny, należy zastanowić się jak skonstruować układ niekompletny SSP przy określonych warunkach materiału doświadczalnego, żeby strata na precyzji estymacji parametrów obiektowych była jak najmniejsza. Zagadnienie to przedstawimy dla jednej z sytuacji niekompletności układu SSP i zilustrujemy przykładem z pszenicą ozimą.

Celem pracy jest przedstawienie pewnej metody konstrukcji układów SSP niekompletnych tylko ze względu na dwa pierwsze czynniki. Dodatkowo założono, że każdy z nich ma jeden poziom zwany standardem. Rozważane są głównie aspekty statystyczne planowania będące konsekwencją niekompletności układu SSP, natomiast aspekty praktyczne tego typu doświadczeń nie ulegają zmianie. Pod uwagę są brane następujące właściwości statystyczne: **ortogonalna struktura blokowa** (orthogonal block structure, OBS), **ogólne zrównoważenie układu** (general balance, GB), **estymowalność**

kontrastów obiektowych w warstwach, efektywność układu względem kontrastów, zapewnienie istnienia testów dokładnych hipotez ogólnych. Powyższe pojęcia statystyczne dotyczące układów blokowych zostały, między innymi, opisane w monografii Calińskiego i Kageyamy (2000), zobacz też, np. Ambroży i Mejza (2006, 2012). W zastosowanej metodzie konstrukcji wykorzystano iloczyn Kroneckera macierzy oznaczanym symbolem $\otimes$. Jako układy generujące wybrano dwa różne układy blokowe z klasy ortogonalnie rozszerzonych częściowo zrównoważonych pod względem efektywności układów blokowych z co najwyżej $(m + 1)$ – klasami efektywności (zob. np. Nigam i Puri, 1982, Ambroży i Mejza, 2006).

ZAŁOŻENIA I NOTACJA

Rozważmy doświadczenie trójczynnikowe typu $s \times t \times w$. Przyjmujemy następujące oznaczenia dla czynników i ich poziomów (obiektów): A: $A_1, A_2, \ldots, A_s$; B: $B_1, B_2, \ldots, B_t$ oraz trzeci czynnik C: $C_1, C_2, \ldots, C_w$. Zakładamy, że materiał doświadczalny może być podzielony na b bloków o jednakowej pojemności, czyli o jednakowej liczbie jednostek w każdym bloku. Dalej każdy blok można podzielić na k_A poletek I rzędu o jednakowej pojemności, następnie każde z nich dzielone jest na k_B poletek II rzędu o jednakowej pojemności i dalej na k_C poletek III rzędu. Zgodnie z metodyką układu SSP obiekty czynnika A są losowo rozmieszczone na k_A poletkach I rzędu (wewnątrz każdego bloku), następnie obiekty czynnika B są losowo rozmieszczone na k_B poletkach II rzędu (wewnątrz każdego poletka I rzędu) oraz obiekty czynnika C na k_C poletkach III rzędu (wewnątrz każdego poletka II rzędu), zob. rys. 1. Jeżeli $k_A = s$, $k_B = t$ i $k_C = w$, to układ SSP jest kompletny.

METODA KONSTRUKCJI NIEKOMPLETNEGO UKŁADU SSP

Rozważamy sytuację, gdy $k_A < s, k_B < t, k_C = w$. Niech D oznacza układ SSP postaci $D = d_A \otimes d_B \otimes d_C$, gdzie d_C to układ bloków losowanych kompletnych (z j. ang. RCBD), a pozostałe układy d_A, d_B są układami generującymi w konstrukcji układu SSP. Przyjęto dla nich następujące oznaczenia parametrów: $d_A(v_A = s,\ b_A,\ k_A,\ \mathbf{r}_A)$, gdzie v_A, b_A, k_A określają kolejno, liczbę obiektów czynnika A, liczbę bloków i ich pojemność w podukładzie d_A, $\mathbf{r}_A$ — wektor replikacji obiektów czynnika A. Podobnie drugi układ generujący $d_B(v_B = t,\ b_B,\ k_B,\ \mathbf{r}_B)$, gdzie v_B, b_B, k_B określają liczbę obiektów czynnika B, liczbę bloków i ich pojemność w podukładzie d_B oraz $\mathbf{r}_B$ oznacza wektor replikacji obiektów czynnika B. Dodatkowo założono, że $s = s_1 + 1$ i $t = t_1 + 1$, czyli każdy z czynników A i B ma jeden poziom (obiekt) zwany standardem. Przyjęto też, że s_1 to obiekty testowe czynnika A, które są rozmieszczone w podukładzie blokowym $\widetilde{d}_A$ częściowo zrównoważonym pod względem efektywności (z j. ang. PEB) z co najwyżej m_1

— klasami efektywności z macierzą incydencji $\widetilde{\mathbf{N}}_A$ $(s_1 \times b_A)$. Pojęcie zrównoważenia układu pod względem efektywności zostało opisane w wielu pracach (zob. np. Nigam i Puri, 1982, Caliński i Kageyama, 2000, Ambroży i Mejza, 2006). Dokładniej przedstawimy je również w przykładzie tej pracy. Podobnie t_1, obiekty testowe czynnika B występują w podukładzie blokowym $\widetilde{d_B}$ częściowo zrównoważonym pod względem efektywności (PEB) z co najwyżej m_2 — klasami efektywności z macierzą incydencji $\widetilde{\mathbf{N}}_B$ $(t_1 \times b_B)$. Szczegóły konstrukcji przedstawiono w pracy Ambroży i Mejzy (2013).

Uwzględniając obiekty standardowe, uzyskujemy następujące macierze incydencji układów PEB z co najwyżej, odpowiednio, $(m_1 + 1)$ – i $(m_2 + 1)$ — klasami efektywności dla układów generujących: $\mathbf{N}_A = \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{N}}_A \\ \mathbf{1}'_{b_A} \end{bmatrix}$, $\mathbf{N}_B = \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{N}}_B \\ \mathbf{1}'_{b_B} \end{bmatrix}$. Wtedy macierz incydencji względem bloków układu SSP ma postać $\mathbf{N}_1 = \mathbf{N}_A \otimes \mathbf{N}_B \otimes \mathbf{1}_w$ z parametrami: $v = stw$, $b = b_A b_B$, $k = k_A k_B w$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_A \otimes \mathbf{r}_B \otimes \mathbf{1}_w$, które oznaczają kolejno liczbę kombinacji obiektowych, liczbę bloków, liczbę poletek w bloku i wektor replikacji. W wyniku uzyskamy układ SSP, który jest niekompletny (nieortogonalny), właściwy (czyli z jednakową pojemnością bloków), z niejednakowymi replikacjami kombinacji obiektowych i z ortogonalną strukturą blokową.

Ortogonalna struktura blokowa pozwala na zastosowanie do analizy wariancji metody zaproponowanej przez Neldera (1965) odpowiedniej dla doświadczeń wielowarstwowych. Analizę w warstwach ułatwiają, tak zwane, kontrasty bazowe wprowadzone przez Pearce'a i in. (1974). Są to kontrasty ortogonalne i unormowane względem replikacji kombinacji obiektowych (zob. np. Ambroży i Mejza, 2006, 2013). W układzie SSP rozróżniamy 5 warstw: warstwę ogólną (zerową), związaną jedynie z estymacją średniej eksperymentu oraz cztery warstwy główne, w których może być wykonywana analiza statystyczna, czyli warstwę (1) — **międzyblokową,** warstwa (2) — **między poletkami I rzędu**, warstwa (3) — **między poletkami II rzędu**, warstwa (4) — **między poletkami III rzędu** (zob. Ambroży i Mejza, 2012, 2013). Ważną rolę w analizie odgrywają warstwowe macierze informacji dla kombinacji obiektowych oznaczanych nierzadko jako $\mathbf{A}_f$, gdzie f oznacza numer warstwy, czyli f = 0, 1, 2, 3, 4. Dokładne postacie macierzy $\mathbf{A}_f$, zostały przedstawione w pracy Ambroży i Mejzy (2013). Wyznaczone odpowiednio (względem replikacji kombinacji obiektowych w układzie) wartości własne macierzy $\mathbf{A}_f$, są nazywane **warstwowymi współczynnikami efektywności** układu SSP względem kontrastów estymowanych w tych warstwach. Jeśli taki współczynnik jest równy 1, to cała informacja o danym bazowym kontraście jest zawarta tylko w jednej odpowiedniej dla niego warstwie. Jeśli jest mniejszy niż 1, to informacja o takim kontraście pojawi się w więcej niż jednej warstwie.

W pracy rozważamy następujące bazowe kontrasty: pomiędzy efektami głównymi czynnika A w tym: między obiektami testowymi (A^T) oraz między grupą obiektów testowych i obiektem standardowym tego czynnika (A^T $vs.$ A^{SD}), pomiędzy efektami głównymi czynnika B w tym: między obiektami testowymi (B^T) oraz między grupą obiektów testowych i obiektem standardowym tego czynnika (B^T $vs.$ B^{SD}), między efektami głównymi czynnika C oraz między efektami interakcji różnego stopnia.

Warstwowe współczynniki efektywności dla układu SSP uzyskanego zgodnie z podaną metodą konstrukcji są wyrażone przez wartości własne ε_j^A, $j = 0, 1,\ldots, m_1$ oraz ε_l^B, $l = 0, 1,\ldots, m_2$, macierzy informacji z kolei dla układów generujących oznaczanych odpowiednio $\mathbf{C}_A$ i $\mathbf{C}_B$, gdzie $\mathbf{C}_A = \mathbf{r}_A^\delta - k_A^{-1}\mathbf{N}_A\mathbf{N}'_A$, $\mathbf{C}_B = \mathbf{r}_B^\delta - k_B^{-1}\mathbf{N}_B\mathbf{N}'_B$, oraz $\mathbf{r}_A^\delta$ i $\mathbf{r}_B^\delta$ są macierzami diagonalnymi, w których na przekątnej są replikacje obiektowe, odpowiednio czynnika A i czynnika B. Warstwowe współczynniki efektywności pozwalają na proste oszacowanie efektywności konstruowanego układu SSP względem pewnych grup kontrastów przy znajomości znanych właściwości statystycznych z teorii układów blokowych. Szczegóły są podane w pracy Ambroży i Mejzy (2013).

PRZYKŁAD

Celem eksperymentu było zbadanie reakcji $s = 7$ genotypów pszenicy ozimej (czynnik A) na $t = 5$ różnych dawek nawożenia azotem (czynnik B) i na chemiczny preparat — regulator wzrostu (czynnik C) ($w = 2$). Stąd $v = stw = 70$ oznacza liczbę kombinacji obiektowych. Genotypy obejmowały sześć nowych odmian ($s_1 = 6$; $A_{1,\ldots,}A_6$) nazywanych obiektami testowymi oraz jedną odmianę standardową (A_7) nazywaną obiektem standardowym (wzorcem) czynnika A. Obiekty testowe czynnika B były definiowane przez wzrastające dawki nawożenia B_1, B_2, B_3, B_4 ($t_1 = 4$) oraz B_5 (brak nawożenia) oznaczał obiekt standardowy (kontrola). Obiekty czynnika C odpowiadały aplikacji (C_1) lub nie (C_2) chemicznego preparatu. Materiał doświadczalny związany z nowymi odmianami był limitowany, stąd eksperyment założono w niekompletnym układzie SSP z macierzą incydencji postaci $\mathbf{N}_1 = \mathbf{N}_A \otimes \mathbf{N}_B \otimes \mathbf{1}_2$.

Niech $\widetilde{\mathbf{N}}_A$ i $\widetilde{\mathbf{N}}_B$ są macierzami incydencji układów o blokach niekompletnych o grupach podzielnych typów, odpowiednio, S1 i SR1 (podukłady $\widetilde{d_A}$ i $\widetilde{d_B}$) (zob. Clatworthy, 1973). Wtedy

$$\mathbf{N}_A = \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{N}}_A \\ \mathbf{1}'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{i} \quad \mathbf{N}_B = \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{N}}_B \\ \mathbf{1}'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Parametry układu $\widetilde{d_A}$ dla obiektów testowych czynnika A są następujące: $s_1 = 6$, $b_A = 3$, $\widetilde{k_A} = 4$, $\mathbf{r}_{s_1} = [2, 2, 2, 2, 2, 2]'$ oraz wartości własne macierzy informacji $\tilde{\varepsilon}_1^A = 1$ i $\tilde{\varepsilon}_2^A = 0{,}75$ z krotnościami $\tilde{\rho}_1^A = 3$ i $\tilde{\rho}_2^A = 2$. Podobnie parametry układu $\widetilde{d_B}$ dla obiektów testowych czynnika B: $t_1 = 4$, $b_B = 4$, $\widetilde{k_B} = 2$, $\mathbf{r}_{t_1} = [2, 2, 2, 2]'$ oraz wartości własne i ich krotności odpowiedniej macierzy informacji $\tilde{\varepsilon}_1^B = 1$, $\tilde{\rho}_1^B = 1$, $\tilde{\varepsilon}_2^B = 0{,}5$, $\tilde{\rho}_2^B = 2$.

Po ortogonalnym rozszerzeniu podukładów $\widetilde{d_A}$ i $\widetilde{d_B}$ przez dodanie odpowiednio jednego obiektu standardowego w blokach uzyskano układy generujące d_A i d_B, które są częściowo zrównoważonymi układami pod względem efektywności (PEB) z $m_1 = m_2 = 2$ klasami efektywności. Parametry układów generujących d_A i d_B są kolejno następujące: dla obiektów czynnika A (**wszystkie odmiany**): $s = 7$, $b_A = 3$, $\mathbf{k}_A = 5\mathbf{1}_3$, $\mathbf{r}_A = [2, 2, 2, 2, 2, 2, 3]'$ oraz wartości własne macierzy informacji i ich krotności: $\varepsilon_0^A = 1$, $\rho_0^A = 1$, $\varepsilon_1^A = 1$, $\rho_1^A = 3$, $\varepsilon_2^A = 0{,}8$, $\rho_2^A = 2$ oraz dla obiektów czynnika B (*wszystkie dawki nawożenia*): $t = 5$, $b_B = 4$, $\mathbf{k}_B = 3\mathbf{1}_4$, $\mathbf{r}_B = [2, 2, 2, 2, 4]'$ oraz wartości własne macierzy informacji i ich krotności: $\varepsilon_0^B = 1$, $\rho_0^B = 1$, $\varepsilon_1^B = 1$, $\rho_1^B = 1$, $\varepsilon_2^B = 0{,}667$, $\rho_2^B = 2$.

Ostatecznie, parametry układu niekompletnego SSP uzyskanego opisaną metodą konstrukcji są postaci: $v = 70$, $b = 12$, $k = 30$, $\mathbf{r} = [2, 2, 2, 2, 2, 2, 3]' \otimes [2, 2, 2, 2, 4]' \otimes \mathbf{1}_2$.

W tabeli 1 podany jest schemat wygenerowanego układu SSP. Każdy nawias [.] oznacza jeden blok z występującymi w nim obiektami czynników A, B, C, które zgodnie z metodyką są losowo rozmieszczone na poletkach I rzędu, II rzędu i III rzędu w obrębie każdego bloku. Na rysunku 1 zamieszczono przykład losowego rozmieszczenia obiektów podanych w dwóch pierwszych nawiasach w pierwszym wierszu tabeli 1.

Tabela 1

Schemat układu niekompletnego SSP (przed randomizacją)
Layout of the incomplete SSP design (before randomization)

$[A_1A_2A_4A_5A_7 \mid B_1B_2B_5 \mid C_1C_2]$	$[A_1A_2A_4A_5A_7 \mid B_3B_4B_5 \mid C_1C_2]$	$[A_1A_2A_4A_5A_7 \mid B_1B_4B_5 \mid C_1C_2]$
$[A_1A_2A_4A_5A_7 \mid B_2B_3B_5 \mid C_1C_2]$	$[A_2A_3A_5A_6A_7 \mid B_1B_2B_5 \mid C_1C_2]$	$[A_2A_3A_5A_6A_7 \mid B_3B_4B_5 \mid C_1C_2]$
$[A_2A_3A_5A_6A_7 \mid B_1B_4B_5 \mid C_1C_2]$	$[A_2A_3A_5A_6A_7 \mid B_2B_3B_5 \mid C_1C_2]$	$[A_1A_3A_4A_6A_7 \mid B_1B_2B_5 \mid C_1C_2]$
$[A_1A_3A_4A_6A_7 \mid B_3B_4B_5 \mid C_1C_2]$	$[A_1A_3A_4A_6A_7 \mid B_1B_4B_5 \mid C_1C_2]$	$[A_1A_3A_4A_6A_7 \mid B_2B_3B_5 \mid C_1C_2]$

Blok 1

A_5			A_7			A_4			A_2			A_1		
B_1	B_5	B_2	B_2	B_5	B_1	B_1	B_2	B_5	B_2	B_1	B_5	B_5	B_1	B_2
C_1 C_2	C_1 C_2	C_2 C_1	C_1 C_2	C_2 C_1	C_1 C_2	C_2 C_1	C_1 C_2	C_1 C_2	C_2 C_1	C_1 C_2	C_2 C_1	C_1 C_2	C_2 C_1	C_1 C_2

Blok 2

A_4			A_1			A_7			A_2			A_5		
B_3	B_5	B_4	B_4	B_5	B_3	B_4	B_3	B_5	B_5	B_4	B_3	B_5	B_3	B_4
C_2 C_1	C_1 C_2	C_2 C_1	C_2 C_1	C_1 C_2	C_1 C_2	C_2 C_1	C_1 C_2	C_1 C_2	C_2 C_1	C_1 C_2	C_2 C_1	C_1 C_2	C_2 C_1	C_2 C_1

Rys. 1. Losowe rozmieszczenie obiektów czynników *A*, *B*, *C* w dwóch blokach z tabeli 1
Fig. 1. Random arrangement of the treatments of factors *A*, *B*, *C* in two blocks from table 1

Tabela 2 z kolei, przedstawia dane o rozbiciu informacji o kontrastach różnego typu między warstwy przy wykorzystaniu właściwości algebraicznych układów generujących i podaje współczynniki efektywności układu SSP w warstwach względem tych kontrastów. Warto zauważyć, że pewne grupy kontrastów, stanowiące ten sam typ (w jednej linii tabeli) są estymowane z różną efektywnością. Dotyczy to niektórych kontrastów między efektami głównymi czynnika A i czynnika B oraz pewnych kontrastów między efektami interakcji związanych z tymi czynnikami. Na przykład, w pierwszym wierszu tabeli 2 trzy kontrasty typu A^T między efektami obiektów testowych czynnika A (odmiany testowe) są estymowane z pełną efektywnością (= 1) w warstwie 2 (układ SSP jest ortogonalny w tej warstwie dla tej grupy kontrastów), natomiast pozostałe dwa kontrasty typu A^T są estymowane w dwóch warstwach z różnymi współczynnikami efektywności, 0,2 i 0,8 (układ SSP jest zrównoważony ze względu na efektywność w tych warstwach dla tej grupy kontrastów). Liczba wszystkich kontrastów typu A^T równa 5 oznacza jednocześnie liczbę stopni swobody w analizie wariancji dla odmian testowych. Można też zauważyć, że hipoteza szczegółowa związana z obiektami typu A^T jest testowalna jedynie w warstwie 2, gdyż w tej warstwie są estymowane wszystkie kontrasty tego typu (chociaż z niejednakową efektywnością). Jeżeli dalej rozważymy kontrast typu $A^T\ vs.\, A^{SD}$ z następnego wiersza tabeli 2, który jest także estymowany z pełną efektywnością (= 1) w warstwie 2, to w tej warstwie (między poletkami I rzędu) można testować hipotezę ogólną dotyczącą czynnika A ze stopniami swobody równymi 6.

Tabela 2

Warstwowe współczynniki efektywności w przykładzie
Stratum efficiency factors in the example

Typy kontrastów Types of the contrasts	Liczba kontrastów Number of the contrasts	Warstwy / Strata			
		1	2	3	4
A^T	3		1		
	2	0,2	0,8		
$A^T\ vs.\ A^{SD}$	1		1		
B^T	1			1	
	2	0,333		0,667	
$B^T\ vs.\ B^{SD}$	1			1	
$A^T \times B^T$	5			1	
	6		0,333	0,667	
	4	0,066	0,267	0,667	
$(A^T\ vs.\ A^{SD}) \times B^T$	1			1	
	2		0,333	0,667	
$A^T \times (B^T\ vs. B^{SD})$	5			1	
$(A^T\ vs.\ A^{SD}) \times (B^T\ vs.\ B^{SD})$	1			1	
C	1				1
$A^T \times C$	5				1
$(A^T\ vs.\ A^{SD}) \times C$	1				1
$B^T \times C$	3				1
$(B^T\ vs.\ B^{SD}) \times C$	1				1
$(A^T \times\ A^T) \times C$	15				1
$A^T \times (B^T\ vs. B^{SD}) \times C$	5				1
$(A^T\ vs.\ A^{SD}) \times B^T \times C$	3				1
$(A^T\ vs.\ A^{SD}) \times (B^T\ vs.\ B^{SD}) \times C$	1				1

1 — warstwa międzyblokowa / the inter-block stratum, 2 — warstwa między poletkami I rzędu / the inter-whole plot stratum, 3 — warstwa między poletkami II rzędu / the inter-subplot stratum, 4 — warstwa między poletkami III rzędu / the inter-sub-subplot stratum

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W rozdziale 4 podano przykład, który ilustruje efektywność w warstwach układu niekompletnego SSP uzyskanego w wyniku zastosowanej metody konstrukcji. Wygenerowany układ jest ortogonalny w warstwach względem pewnych grup kontrastów (współczynnik efektywności = 1). Wynika to po pierwsze, z metody konstrukcji (ortogonalnie rozszerzone układy blokowe, jako układy generujące dla czynników *A* i *B* oraz układ RCB dla czynnika C) i po drugie, z natury układu SSP (zagnieżdżony system jednostek). Z pełną efektywnością jest, między innymi, estymowane porównanie między efektami głównymi czynnika C (aplikacji lub nie regulatora wzrostu) oraz wszystkie kontrasty interakcyjne z tym czynnikiem. Także niektóre porównania między efektami głównymi odmian testowych (A^T) lub efektami głównymi nawożenia azotem (B^T) oraz porównania wszystkich testowych obiektów z wzorcem obu tych czynników są estymowane tak jak w układzie kompletnym SSP. We wnioskowaniu statystycznym o kontrastach, które są estymowalne w dwóch lub trzech warstwach (np. 10 kontrastów typu $A^T \times B^T$, można zastosować dwa podejścia. Jedno z nich polega na wykorzystaniu w analizie informacji o kontrastach z odpowiedniej jednej warstwy tylko (w tym wypadku nr 3, w której jest około 67% informacji). Drugie podejście opiera się na zastosowaniu metod kombinowania estymatorów i testów, w których brana jest pod uwagę informacja z wszystkich tych warstw, w których wybrane kontrasty są estymowane (zob. np. Caliński i Kageyama, 2000, Ambroży i Mejza, 2006).

LITERATURA

Ambroży K., Mejza I. 2006. Doświadczenia trójczynnikowe z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów czynników. Wyd. PTB i PRODRUK, Poznań.

Ambroży K., Mejza I. 2012. Modelowanie danych z doświadczeń trójczynnikowych zakładanych w układach zależnych o różnych strukturach blokowych. Biul. IHAR 264: 23 — 31.

Ambroży K., Mejza I. 2013. A method of constructing incomplete split — split — plot designs supplemented by whole plot and subplot standards and their analysis. Colloquium Biometricum, 43: 59 — 72.

Caliński, T., Kageyama, S. 2000. Block Designs. A Randomization Approach, Volume I. Analysis. Lecture Notes in Statistics 150, Springer-Verlag, New York.

Clatworthy W. H. 1973. Tables of two associate classes partially balanced designs. NBS App. Math. Ser. 63, Department of Commerce.

Nelder J. A. 1965. The analysis of randomized experiments with orthogonal block structure. Proc. of the Royal Society of London, Ser. A, 283: 147 — 178.

Nigam A. K., Puri P. D. 1982. On partially efficiency balanced designs–II. Commun. Statist.- Theor. Meth. 11 (24): 2817 — 2830.

Pearce S.,C., Caliński T., Marshall T. F. de C. 1974. The basic contrasts of an experimental design with special reference to the analysis of data. Biometrika 54: 449 — 460.