DOI: 10.37317/biul-2015-0005

KATARZYNA AMBROŻY-DERĘGOWSKA
IWONA MEJZA
Katedra Metod Matematycznych i Statystycznych
Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu

Układ split-split-plot dla nieortogonalnego doświadczenia z łubinem

Split-split-plot design for a non-orthogonal experiment with lupine

W pracy przedstawiono przykład konstrukcji układu niekompletnego split-split-plot (SSP) dla nieortogonalnego doświadczenia trójczynnikowego. Niekompletność układu SSP jest związana z obiektami czynnika trzeciego w kolejności. W pracy układem generującym jest układ zrównoważony o blokach niekompletnych (BIB). Podane są właściwości statystyczne układu finalnego SSP ze szczególnym uwzględnieniem właściwości ogólnego zrównoważenia układu. Zaproponowano analizę statystyczną właściwą dla doświadczeń wielowarstwowych oraz analizę kontrastów. Rozważania zilustrowano danymi wygenerowanymi z doświadczenia ortogonalnego z łubinem.

Słowa kluczowe: analiza wielowarstwowa, kontrasty bazowe, układ niekompletny split-split-plot

In the paper a construction method of an incomplete split-split-plot (SSP) design for a non-orthogonal experiment is presented. Incompleteness of the SSP design concerns sub-subplot treatments. Balanced incomplete block (BIB) design is used as generating design in the construction method. Statistical properties of the final SSP design with respect to general balance are given. Multistratum analysis and the analysis of contrasts are proposed as adequate statistical analysis. Considerations are illustrated using data generated from some orthogonal experiment with lupine.

Key words: basic contrasts, incomplete split-split-plot design, multistratum analysis

WSTĘP

W pracy podano sposób analizy statystycznej danych dla pewnego nieortogonalnego doświadczenia z zagnieżdżoną strukturą poziomów (obiektów) trzech czynników. Układ, w którym zaproponowano założenie doświadczenia jest nazywany układem niekompletnym o jednostkach podwójnie rozszczepionych lub z języka angielskiego układem split-split-plot (SSP), przy czym niekompletność (nieortogonalność) dotyczy trzeciego czynnika. Oznacza to, że nie wszystkie poziomy tego czynnika wchodzącego w

Redaktor prowadzący: Wiesław Mądry

skład kombinacji obiektowych znajdują się w obrębie każdego bloku. W celu ilustracji analizy statystycznej wykorzystano dane wygenerowane z doświadczenia założonego w układzie kompletnym SSP opisanego w pracy Barbackiego (1951). Oznacza to, że zamieszczone w tej pracy wnioski należy traktować jedynie w kategorii metodyki planowania i analizy danych z zagnieżdżoną strukturą poziomów trzech czynników. Te same dane posłużyły wcześniej do ilustracji analiz statystycznych dla doświadczeń założonych w układach mieszanych z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów trzech czynników (zob. Ambroży i Mejza, 2006, 2009).

Przedstawiona w tej pracy analiza statystyczna rozważanego doświadczenia obejmuje estymację parametrów obiektowych oraz testowanie hipotez ogólnych i szczegółowych definiowanych przez kontrasty bazowe. W analizie statystycznej zastosowano techniki podane przez Neldera (1965 a, b) właściwe dla tak zwanych doświadczeń wielowarstwowych. Szczegóły dotyczące przeprowadzania takich analiz można znaleźć między innymi w pracach Ambroży i Mejzy (2006, 2009). Do obliczeń wykorzystano pakiet R i program STATISTICA.

MATERIAŁ I METODY

Załóżmy, że celem doświadczenia jest zbadanie zależności plonu pewnych gatunków względnie odmian łubinu od terminu siewu i rozstaw roślin. Wariantami czynnika A są dwa terminy siewu (s = 2): A_1 — termin pierwszy (31.03), A_2 — termin drugi (28.04). Jako czynnik B przyjęto następujące gatunki względnie odmiany (t = 4): B_1 — Łubin biały III, B_2 — Łubin biały I, B_3 — Łubin żółty, B_4 — Łubin niebieski. Rozstawy roślin tworzą czynnik C (w = 6): C_1 — 10 cm × 10 cm, C_2 — 5 cm × 20 cm, C_3 — 10 cm × 20 cm, C_4 — 5 cm × 30 cm, C_5 — 10 cm × 30 cm, C_6 — 5 cm × 40 cm. Stąd liczba kombinacji obiektowych v (= stw) jest równa 48.

Założono, że materiał doświadczalny można podzielić na b (=10) bloków. W każdym bloku wyznaczono dwa poletka I rzędu (k_A = 2), następnie każde z nich podzielono na cztery poletka II rzędu (k_B = 4) i dalej każde poletko II rzędu podzielono na trzy poletka III rzędu (k_C = 3).

Zgodnie z metodyką układu SSP obiekty czynnika A są losowo rozmieszczone na poletkach I rzędu (wewnątrz każdego bloku), następnie obiekty czynnika B są losowo rozmieszczone na poletkach II rzędu (wewnątrz każdego poletka I rzędu) oraz obiekty czynnika C na poletkach III rzędu (wewnątrz każdego poletka II rzędu). Niektóre aspekty statystycznego planowania doświadczeń typu SSP zostały przedstawione w pracy Ambroży-Deręgowskiej i Mejzy (2014).

Wielkość poletka w oryginalnym doświadczeniu wynosiła 3,6 m^2. W układzie kompletnym SSP każdy blok obejmował powierzchnię 172,8 m^2 (48 × 3,6 m^2), to znaczy że wszystkie, czyli v = 48 kombinacji poziomów czynników wystąpiły w każdym bloku. Nierzadko z różnych względów może wystąpić problem z jednorodnością poletek wewnątrz bloków (co jest wymagane w teorii układów blokowych). Nieuwzględnienie tego faktu w analizie statystycznej może prowadzić do błędnych wniosków. Wtedy jedną z możliwości przeprowadzenia doświadczenia jest odpowiednie zmniejszenie pojemności bloków przez takie zaplanowanie układu doświadczalnego, aby tylko wybrane kombinacje poziomów czynników wystąpiły w jego blokach. Pociąga to jednak zmniejszenie efektywności w estymacji niektórych porównań (kontrastów) obiektowych. Aby zminimalizować tę stratę, należy przed założeniem doświadczenia zastanowić się, które z nich są najważniejsze i uwzględnić to przy wyborze odpowiedniej metody konstrukcji niekompletnego układu SSP.

W pracy zaproponowano zmniejszenie pojemności bloków poprzez zmniejszenie pojemności poletek II rzędu. Zatem nie wszystkie poziomy (obiekty) czynnika C mogą wystąpić na przeznaczonych dla nich poletkach III rzędu (w obrębie poletek II rzędu), to znaczy, że liczba poletek III rzędu jest mniejsza niż liczba obiektów czynnika C ($k_C < w$). Wtedy skonstruowany układ SSP jest niekompletny ze względu na poziomy czynnika C, a kompletny ze względu na poziomy czynników A ($k_A =$ s) i B ($k_B =$ t). Założono przy tym, że wszystkie porównania (kontrasty) dotyczące obiektów czynnika C są tak samo ważne, więc jako układ generujący dla czynnika C wybrano układ zrównoważony o blokach niekompletnych (BIB) o macierzy incydencji (zob. Cochran i Cox 1957, plan układu 11.4):

$$\mathbf{N}_C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

gdzie liczba obiektów $w = 6$, liczba bloków $b_C = 10$, pojemność bloków $k_C = 3$, liczba replikacji $r = 5$ oraz liczba spotkań każdej pary obiektów w blokach $\lambda = 2$.

Macierz incydencji względem bloków całego doświadczenia jest następującej postaci:

$$\mathbf{N}_1 = \mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{1}_4 \otimes \mathbf{N}_C, \tag{2}$$

gdzie $\mathbf{N}_C$ jest podane w (1), wektory $\mathbf{1}_2$ i $\mathbf{1}_4$ oznaczają jednoblokowe macierze incydencji o długościach równych liczbom obiektów dla czynników A i B w rozważanym układzie, odpowiednio, 2 i 4. To oznacza, że czynniki A i B występują w podukładach bloków losowanych kompletnych. Redukcja do jednego bloku w każdym z nich pozwala na zmniejszenie liczby bloków w całym doświadczeniu. Znak $\otimes$ oznacza iloczyn Kroneckera macierzy.

Stąd, niekompletny układ typu SSP ma następujące parametry: $v = stw = 48$ (liczba kombinacji obiektowych), $b = b_C = 10$ (liczba bloków), $k = stk_C = 24$ (pojemność bloków), $n = bstk_C = 240$ (liczba obserwacji). Wektor replikacji kombinacji obiektowych wynosi $\mathbf{r} = \mathbf{1}_2 \otimes \mathbf{1}_4 \otimes \mathbf{r}_C$, gdzie $\mathbf{r}_C = [5, 5, 5, 5, 5, 5]'$, czyli $\mathbf{r} = 5\mathbf{1}_{48}$. Oznacza to, że wszystkie kombinacje są pięć razy replikowane w obrębie układu SSP.

Celem doświadczenia jest zweryfikowanie hipotez ogólnych zakładających, że termin siewu nie ma istotnego wpływu na zróżnicowanie średnich plonów (hipoteza 1), że badane gatunki względnie odmiany łubinu nie mają istotnego wpływu na zróżnicowanie średnich plonów (hipoteza 2) i że rozstawy roślin nie mają istotnego wpływu na zróżnicowanie średnich plonów (hipoteza 3). Druga grupa hipotez ogólnych dotyczy interakcji. Orzekają one, że nie występuje interakcja między terminami i gatunkami względnie odmianami łubinu (hipoteza 4), między terminami i rozstawami (hipoteza 5), między gatunkami względnie odmianami i rozstawami (hipoteza 6) oraz między terminami, gatunkami względnie odmianami i rozstawami (hipoteza 7).

Jak wiadomo (zob. np. Ambroży i Mejza, 2012, 2013) w analizie modelu obserwacji dla układu SSP rozróżniamy 4 warstwy: warstwę ogólną (zerową), związaną jedynie z estymacją średniej eksperymentu oraz cztery warstwy główne, w których może być wykonywana analiza statystyczna, czyli warstwę (1) — *międzyblokową*, warstwę (2) — *między poletkami I rzędu*, warstwę (3) — *między poletkami II rzędu* oraz warstwę (4) — *między poletkami III rzędu*. Właściwości statystyczne rozważanego układu w warstwach są ściśle związane z właściwościami algebraicznymi macierzy informacji $\mathbf{A}_f$ (f = 0, 1, 2, 3, 4). Niech μ_{fh} będzie wartością własną macierzy $\mathbf{A}_f$ względem replikacji, odpowiadającą wektorowi własnemu $\mathbf{p}_h$, przy czym $0 \le \mu_{fh} \le 1$, f = 0, 1, 2, 3, 4; h = 1, 2, ..., 48. Wartości i wektory własne macierzy można obliczyć stosując dowolny program obliczeniowy. Często jednak w ten sposób uzyskane wektory są trudne do interpretacji. Można również samemu zbudować zbiór wektorów własnych i obliczyć odpowiadające im wartości własne. Poniżej przedstawiona jest jedna z metod konstrukcji zbioru takich wektorów. Zazwyczaj przy jego tworzeniu bierze się pod uwagę zainteresowanie eksperymentatora pewnymi porównaniami między efektami kombinacji obiektowych. Należy zauważyć, że podany niżej zbiór wektorów własnych nie jest jedynym możliwym, ale łatwym do interpretacji.

Niech:

$$\mathbf{a}_1 = [1, -1]'/\sqrt{2}, \qquad \mathbf{a}_2 = [1, 1]'/\sqrt{2},$$

$$\mathbf{b}_1 = [1, -1, 0, 0]'/\sqrt{2}, \qquad \mathbf{b}_2 = [1, 1, -2, 0]'/\sqrt{6},$$

$$\mathbf{b}_3 = [1, 1, 1, -3]'/\sqrt{12}, \qquad \mathbf{b}_4 = [1, 1, 1, 1]'/2,$$

$$\mathbf{d}_1 = [1, -1, 0, 0, 0, 0]'/\sqrt{2}, \qquad \mathbf{d}_2 = [1, 1, -2, 0, 0, 0]'/\sqrt{6},$$

$$\mathbf{d}_3 = [1, 1, 1, -3, 0, 0]'/\sqrt{12}, \qquad \mathbf{d}_4 = [1, 1, 1, 1, -4, 0]'/\sqrt{20},$$

$$\mathbf{d}_5 = [1, 1, 1, 1, 1, -5]'/\sqrt{30}, \qquad \mathbf{d}_6 = [1, 1, 1, 1, 1, 1]'/\sqrt{6}$$

będą unormowanymi wektorami w podukładach dla czynników *A*, *B* i *C*. Wtedy wektory własne zapisane w postaci:

$$\mathbf{p}_h = \frac{1}{\sqrt{5}} \mathbf{a}_j \otimes \mathbf{b}_k \otimes \mathbf{d}_l \qquad (3)$$

są unormowane względem $\mathbf{r}^{\delta}$ dla h = 1, 2,..., 48; j = 1, 2; k = 1, 2, 3, 4; l = 1, 2,..., 6 ($h = tw(j-1) + w(k-1) + l$), gdzie $\mathbf{r}^{\delta}$ oznacza macierz diagonalną, która na głównej przekątnej ma replikacje kombinacji obiektowych, czyli $\mathbf{r}^{\delta} = \mathrm{diag}(r_1, r_2,..., r_{48}) = 5\mathbf{I}_{48}$, przy czym $\mathbf{I}_{48}$ oznacza 48×48 wymiarową macierz jednostkową z jedynkami na głównej przekątnej.

Wektory (3) wyznaczają współczynniki kontrastów bazowych $\mathbf{c}_h = \mathbf{r}^{\delta}\mathbf{p}_h$, h = 1, 2,..., 47, dla kombinacji $A_j\,B_k\,C_l$. Ostatni wektor $\mathbf{p}_{48}$ nie definiuje kontrastu. Kontrasty te w pracy są oznaczone jako $\mathbf{c}'_h\boldsymbol{\tau}$, gdzie $\boldsymbol{\tau}$ jest wektorem stałych efektów kombinacji obiektowych w modelu obserwacji (zob. np. Ambroży-Deręgowska i in., 2014).

Zastosowanie kontrastów bazowych w analizie statystycznej w wielu wypadkach upraszcza ją. W niniejszej pracy rozważania są ograniczone do układu nieortogonalnego SSP ogólnie zrównoważonego, to znaczy takiego, dla którego spełniona jest relacja

$$\mathbf{A}_f\mathbf{r}^{-\delta}\mathbf{A}_{f'} = \mathbf{A}_{f'}\mathbf{r}^{-\delta}\mathbf{A}_f \tag{4}$$

dla f, f' = 1, 2, 3, 4; $f \neq f'$ oraz $\mathbf{r}^{-\delta} = \mathrm{diag}(1/r_1, 1/r_2,..., 1/r_{48}) = (1/5)\mathbf{I}_{48}$.

Właściwość podana w (4) nie ogranicza analizy statystycznej, ale wzbogaca ją. Macierze informacji $\mathbf{A}_f$ posiadają wówczas ten sam zbiór wektorów własnych $\mathbf{p}_h$ (h = 1, 2,..., 47). Pozwala to na wnioskowanie o tym samym zbiorze kontrastów estymowalnych w różnych warstwach i jeśli jest to konieczne, łączenie tych informacji.

WYNIKI

Niech μ_{fh} będą dalej interpretowane jako współczynniki efektywności układu w warstwach względem kontrastów, gdzie wskaźniki f i h oznaczają numery, odpowiednio warstwy i kontrastu.

W tabeli 1 są podane warstwowe oceny 47 kontrastów bazowych uporządkowanych leksykograficznie oraz warstwowe współczynniki efektywności (zapisane w nawiasach). Wyniki przedstawione w tabeli 1 pokazują, że wszystkie kontrasty między efektami głównymi czynnika A (terminy siewu) i B (gatunki/odmiany łubinu) oraz wszystkie kontrasty interakcyjne typu $A \times B$ są estymowane z pełną efektywnością (tzn. współczynnik efektywności jest równy 1), odpowiednio w warstwach (2) i (3). Oznacza to, że hipotezy szczegółowe dotyczące tych kontrastów są testowalne jedynie w tych warstwach (zob. tab. 2). Pozostałe kontrasty natomiast, są estymowane w dwóch warstwach ze współczynnikami efektywności odpowiednio, 1/5 i 4/5. Zatem:

— wszystkie kontrasty między efektami głównymi czynnika C (rozstawy) są estymowane w warstwie między blokami ze współczynnikiem efektywności równym 1/5 oraz w warstwie między poletkami III rzędu ze współczynnikiem efektywności równym 4/5,
— wszystkie kontrasty interakcyjne typu $B \times C$ i $A \times B \times C$ są estymowane w warstwie między poletkami II rzędu ze współczynnikiem efektywności równym 1/5 oraz

w warstwie między poletkami III rzędu ze współczynnikiem efektywności równym 4/5,

— wszystkie kontrasty interakcyjne typu $A \times C$ są estymowane w warstwie między poletkami I rzędu ze współczynnikiem efektywności równym 1/5 oraz w warstwie między poletkami III rzędu ze współczynnikiem efektywności równym 4/5.

Tabela 1

Warstwowe oceny i współczynniki efektywności kontrastów bazowych (układ SSP)
Stratum estimates and stratum efficiency factors of the basic contrasts (SSP design)

Wskaźniki Indexes				Typy kontrastów Types of contrasts	Warstwy — Strata			
1	2	3	4	5	6	7	8	9
h	j	k	l		(1)	(2)	(3)	(4)
1	1	1	1	$A \times B \times C$			-0,1107 (1/5)	0,1087 (4/5)
2	1	1	2	$A \times B \times C$			0,1582 (1/5)	0,3427 (4/5)
3	1	1	3	$A \times B \times C$			-0,3496 (1/5)	-0,2160 (4/5)
4	1	1	4	$A \times B \times C$			-0,2275 (1/5)	-0,0931 (4/5)
5	1	1	5	$A \times B \times C$			-0,0225 (1/5)	-0,0684 (4/5)
6	1	1	6	$A \times B$			-0,4281 (1)	
7	1	2	1	$A \times B \times C$			0,0730 (1/5)	0,0103 (4/5)
8	1	2	2	$A \times B \times C$			-0,3672 (1/5)	0,0542 (4/5)
9	1	2	3	$A \times B \times C$			0,1373 (1/5)	0,1334 (4/5)
10	1	2	4	$A \times B \times C$			0,4547 (1/5)	0,1288 (4/5)
11	1	2	5	$A \times B \times C$			0,1237 (1/5)	-0,0289 (4/5)
12	1	2	6	$A \times B$			1,0789 (1)	
13	1	3	1	$A \times B \times C$			-0,0129 (1/5)	-0,0056 (4/5)
14	1	3	2	$A \times B \times C$			-0,3267 (1/5)	-0,1098 (4/5)
15	1	3	3	$A \times B \times C$			-0,5275 (1/5)	-0,2249 (4/5)
16	1	3	4	$A \times B \times C$			0,4991 (1/5)	0,0612 (4/5)
17	1	3	5	$A \times B \times C$			-0,2925 (1/5)	-0,1417 (4/5)
18	1	3	6	$A \times B$			0,0943 (1)	
19	1	4	1	$A \times C$		0,2609 (1/5)		-0,1533 (4/5)
20	1	4	2	$A \times C$		0,2173 (1/5)		0,1466 (4/5)
21	1	4	3	$A \times C$		-0,2868 (1/5)		-0,2723 (4/5)
22	1	4	4	$A \times C$		-0,4696 (1/5)		-0,1544 (4/5)
23	1	4	5	$A \times C$		-0,0274 (1/5)		-0,1068 (4/5)
24	1	4	6	A		3,0112 (1)		
25	2	1	1	$B \times C$			0,5587 (1/5)	0,5264 (4/5)
26	2	1	2	$B \times C$			-0,3925 (1/5)	-0,0582 (4/5)
27	2	1	3	$B \times C$			-0,0678 (1/5)	0,1848 (4/5)
28	2	1	4	$B \times C$			0,2775 (1/5)	-0,2394 (4/5)
29	2	1	5	$B \times C$			-0,6920 (1/5)	-0,5705 (4/5)
30	2	1	6	B			0,7842 (1)	
31	2	2	1	$B \times C$			0,2343 (1/5)	-0,0027 (4/5)
32	2	2	2	$B \times C$			-0,2178 (1/5)	-0,1254 (4/5)
33	2	2	3	$B \times C$			0,1162 (1/5)	0,1554 (4/5)
34	2	2	4	$B \times C$			0,3344 (1/5)	0,1574 (4/5)
35	2	2	5	$B \times C$			0,3359 (1/5	0,0348 (4/5)
36	2	2	6	B			3,1849 (1)	
37	2	3	1	$B \times C$			-0,1829 (1/5)	-0,1955 (4/5)
38	2	3	2	$B \times C$			-0,0199 (1/5)	-0,0076 (4/5)
39	2	3	3	$B \times C$			-0,2736 (1/5)	-0,3041 (4/5)
40	2	3	4	$B \times C$			0,2222 (1/5)	-0,0451 (4/5)

c.d. Tabela 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
41	2	3	5	$B \times C$			-0,1325 (1/5)	0,0083 (4/5)
42	2	3	6	B			3,4126 (1)	
43	2	4	1	C	0,0112 (1/5)			-0,3480 (4/5)
44	2	4	2	C	0,1721 (1/5)			0,3063 (4/5)
45	2	4	3	C	-0,4192 (1/5)			-0,2575 (4/5)
46	2	4	4	C	0,0407 (1/5)			0,0575 (4/5)
47	2	4	5	C	0,0765 (1/5)			-0,0144 (4/5)

(1) — warstwa między blokami / (1) — the inter-block stratum, (2) — warstwa między poletkami I rzędu / (2) — the inter-whole plot stratum, (3) — warstwa między poletkami II rzędu / (3) — the inter-subplot stratum, (4) — warstwa między poletkami III rzędu / (4) — the inter-sub-subplot stratum

Jak można zauważyć, więcej informacji (80%) o kontrastach dotyczących czynnika C i interakcji związanych z tym czynnikiem jest zawarta w warstwie między poletkami III rzędu (warstwa nr 4). Wydaje się, że wielkość ta upoważnia do wnioskowania statystycznego o tych kontrastach w tej warstwie.

W tabeli 2 z kolei, została podana analiza wariancji w warstwach dla układu niekompletnego SSP. Na podstawie przedstawionych w niej wyników stwierdzono, że hipoteza ogólna dotycząca czynnika A (terminy siewu) jest testowalna jedynie w warstwie (2). Odrzucono ją na poziomie istotności $\alpha = 0,01$, gdyż $p = 0,0000 < \alpha = 0,01$. A zatem można twierdzić, że nie wszystkie średnie plony uzyskane dla poszczególnych terminów siewu są jednakowe. Hipotezy ogólne związane z czynnikiem B (gatunki/odmiany łubinu) oraz interakcją $A \times B$ są również testowalne w jednej warstwie, tym razem w warstwie (3). Odrzucono je na poziomie istotności $\alpha = 0,01$, gdyż $p = 0,0000 < \alpha = 0,01$. Zatem różnice między niektórymi średnimi plonami badanych gatunków względnie odmian łubinu są wysoce istotne (co najmniej jeden gatunek względnie odmiana plonuje średnio inaczej niż pozostałe). Ponadto, interakcja terminów i gatunków względnie odmian jest wysoce istotna, to znaczy, że zróżnicowanie plonów badanych gatunków względnie odmian łubinu nie jest jednakowe dla poszczególnych terminów siewu. Natomiast hipotezy ogólne dotyczące czynnika C (rozstawy) i interakcji związanych z tym czynnikiem są testowalne w różnych warstwach. Wyniki przedstawione w tabeli 1 pokazują, że 80% informacji o wszystkich związanych z nimi kontrastach jest zawarta w warstwie (4). Zatem ograniczając się do tej warstwy, hipotezy ogólne dla tych źródeł zmienności zostały odrzucone na poziomie istotności $\alpha = 0,01$. Czyli:

— średnie plony uzyskane dla różnych rozstaw nie są jednakowe, gdyż $p = 0,0000 < \alpha = 0,01$,
— interakcja terminów i rozstaw jest wysoce istotna ($p = 0,0065 < \alpha = 0,01$),
— interakcja gatunków względnie odmian i rozstaw jest wysoce istotna ($p = 0,0000 < \alpha = 0,01$),
— interakcja terminów, gatunków względnie odmian i rozstaw jest wysoce istotna ($p = 0,0063 < \alpha = 0,01$).

Tabela 2

Analiza wariancji w układzie niekompletnym SSP
ANOVA for the incomplete SSP design

Źródła zmienności Sources of variations	Stopnie swobody DF	Sumy kwadratów SS	Średnie kwadraty MS	F	p
Warstwa (1) — *Analiza bloków* — Stratum (1) — *inter-block analysis*					
Czynnik C (Rozstawy) Faktor C (Spacing)	5	0,0426	0,0085	6,8427*	0,0430
Błąd (1) — Error (1)	4	0,0050	0,0012		
Całość (1) — *Bloki* Total (1) — *Blocks*	9	0,0476			
Warstwa (2) — *Analiza poletek I rzędu* — Stratum (2) — *inter-whole plot analysis*					
Czynnik A (Termin siewu) Factor A (Date of sowing)	1	9,0676	9,0676	4819,9834**	0,0000
$A \times C$	5	0,0838	0,0168	8,9056*	0,0273
Błąd (2) — Error (2)	4	0,0075	0,0019		
Całość (2) — *Poletka I rzędu* Total (2) — *Whole plots*	10	9,1589			
Warstwa (3) — *Analiza poletek II rzędu* — Stratum (3) — *inter-subplot analysis*					
Czynnik B (Odmiany) Factor B (Varieties)	3	22,4044	7,4681	281,3196**	0,0000
$A \times B$	3	1,3561	0,4520	17,0283**	0,0000
$B \times C$	15	0,3085	0,0206	0,7748	0,6911
$A \times B \times C$	15	0,2625	0,0175	0,6593	0,7969
Błąd (3) — Error (3)	24	0,6371	0,0265		
Całość (3) — *Poletka II rzędu* Total (3) — *Subplots*	60	24,9687			
Warstwa (4) — *Analiza poletek III rzędu* — Stratum (4) — *inter-sub-subplot analysis*					
Czynnik C (Rozstawy) Faktor C (Spacing)	5	0,2278	0,0456	6,2892**	0,0000
$A \times C$	5	0,1235	0,0247	3,4098**	0,0065
$B \times C$	15	0,7170	0,0478	6,5979**	0,0000
$A \times B \times C$	15	0,2512	0,0167	2,3117**	0,0063
Błąd (4) — Error (4)	120	0,8693	0,0072		
Całość (4) — *Poletka III rzędu* Total (4) — *sub-subplots*	160	2,1888			
Całość — Total	239	36,6184			

* $p < 0,05$,
** $p < 0,01$

Po odrzuceniu hipotez ogólnych w warstwach powstaje konieczność badania szczegółowego kontrastów bazowych, które są estymowane w tych warstwach. W celu ilustracji postępowania ograniczono się do warstwy (3) — między poletkami II rzędu. Na podstawie wyników w tabeli 2, stwierdzono, że za odrzucenie hipotezy ogólnej 2 w warstwie (3) odpowiadają trzy kontrasty związane z czynnikiem B. Dotyczą one porównania efektów kombinacji gatunków względnie odmian łubinu. Są to następujące kontrasty (zob. tabela 1):

$$\mathbf{c}'_{30}\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{\sqrt{120}}[1, 1]' \otimes [1, -1, 0, 0]' \otimes [1, 1, 1, 1, 1, 1]'\boldsymbol{\tau},$$

$$\mathbf{c}'_{36}\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{\sqrt{360}}[1, 1]' \otimes [1, 1, -2, 0]' \otimes [1, 1, 1, 1, 1, 1]'\boldsymbol{\tau},$$

$$\mathbf{c}'_{42}\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{\sqrt{720}}[1, 1]' \otimes [1, 1, 1, -3]' \otimes [1, 1, 1, 1, 1, 1]'\boldsymbol{\tau}.$$

Analiza szczegółowa dla powyższych kontrastów jest przedstawiona w tabeli 3. Wynika z niej, że hipotezy $H^*_{03} : \mathbf{c}'_{30}\boldsymbol{\tau} = 0$, $H^*_{03} : \mathbf{c}'_{36}\boldsymbol{\tau} = 0$ oraz $H^*_{03} : \mathbf{c}'_{42}\boldsymbol{\tau} = 0$ zostały odrzucone na poziomie istotności α = 0,01, gdyż obliczone $p < \alpha$. Można więc, na podstawie rozważanego doświadczenia, sformułować, odpowiednio, następujące wnioski:
— jest istotna różnica między średnim plonem łubinu białego III oraz średnim plonem łubinu białego I,
— jest istotna różnica między średnim plonem łubinu białego III i I (łącznie) oraz średnim plonem łubinu żółtego,
— jest istotną różnica między średnim plonem łubinu niebieskiego oraz średnim plonem pozostałych gatunków względnie odmian (łącznie).

Tabela 3

Analiza szczegółowa w warstwie (3) dotycząca kontrastów bazowych typu *B*
Detailed analysis on the basic contrasts of type *B* in the stratum (3)

	Warstwa (3) — analiza poletek II rzędu Stratum (3) — inter-subplot analysis				
Źródła zmienności Sources of variations	Df	SS	MS	*F*	*p*
Kontrasty typu B Contrasts of type B w tym / including:	3	22,4044	7,4681	281,3196**	0,0000
$\mathbf{c}'_{30}\boldsymbol{\tau}$	1	0,6149	0,6149	23,1629**	0,0001
$\mathbf{c}'_{36}\boldsymbol{\tau}$	1	10,1436	10,1436	382,1020**	0,0000
$\mathbf{c}'_{42}\boldsymbol{\tau}$	1	11,6459	11,6459	438,6939**	0,0000
Reszta — Rest	33	1,9272	0,0584		
Błąd (3) — Error (3)	24	0,6371	0,0265		
Całość (3) — Poletka II rzędu Total (3) — subplots	60	24,9687			

** $p < 0{,}01$

Warto zauważyć, że kontrasty bazowe mogą posłużyć do zbudowania dowolnych kontrastów, których postać jest ściśle związana z zainteresowaniami eksperymentatora. Sposób tworzenia takich kontrastów, ich estymację i testowanie hipotez z nimi związanych pokazano, między innymi, w pracy Ambroży-Deręgowskiej i in. (2015).

PODSUMOWANIE I DYSKUSJA

W pracy przedstawiono przykład konstrukcji układu niekompletnego split-split-plot (SSP) dla nieortogonalnego doświadczenia trójczynnikowego.

Należy zaznaczyć, że układ tradycyjny, tak zwany kompletny SSP, jest najbardziej optymalny, biorąc pod uwagę jego efektywność pod względem estymacji porównań parametrów obiektowych. Mogą jednak wystąpić sytuacje, kiedy nie można założyć doświadczenia w takim układzie. Na przykład, dostępny materiał doświadczalny jest zbyt mały, niewystarczający dla przewidzianych w doświadczeniu liczb poziomów czynników, względnie występuje zbyt duża liczba kombinacji obiektowych w blokach, co nierzadko prowadzi do naruszenia zasady jednorodności poletek w obrębie bloków, względnie jednostek różnego rzędu. Wtedy należy zastanowić się nad możliwością zaplanowania doświadczenia nieortogonalnego w jakimś układzie niekompletnym SSP.

W pracy przedstawiono układ SSP niekompletny jedynie ze względu na poziomy czynnika trzeciego (rozstawy). Ale można, jeżeli jest to możliwe, zaplanować układy niekompletne ze względu na każdy z pozostałych czynników lub dwa czynniki względnie wszystkie czynniki. Ważną rzeczą jest odpowiedni wybór układu (lub układów) generującego dla wybranego czynnika. Bowiem właściwości statystyczne układu generującego rzutują na właściwości statystycznego finalnego układu SSP. Jak wspomniano wcześniej, przez optymalne planowanie doświadczenia oraz zastosowanie w analizie kontrastów (bazowych i dowolnych), można spełnić różne sugestie eksperymentatora w zakresie wnioskowania statystycznego. Inspiracją do ilustracji przedstawionej metody konstrukcji i analizy danych były dane wygenerowane z ortogonalnego doświadczenia z łubinem.

Celem niniejszej pracy jest pokazanie, że zmniejszenie materiału doświadczalnego nie ogranicza analizy statystycznej i uzyskania z niej wniosków. W zastosowanej w pracy metodzie konstrukcji wykorzystano układ zrównoważony o blokach niekompletnych (BIB), przyjmując, że wybrane porównania między efektami obiektowymi są jednakowo ważne. Jednak w metodzie konstrukcji można zastosować wiele innych układów z teorii układów blokowych, na przykład układy częściowo zrównoważone, których właściwości statystyczne są znane i opisane w literaturze (zob. np. Clatworthy, 1973). Warto też zauważyć, że przedstawiona w pracy analiza doświadczenia założonego w układzie niekompletnym SSP umożliwia bezpośrednie rozszerzenie na doświadczenia zakładane w układach z więcej niż trzema czynnikami. Przyjmując, na przykład, że jeden z czynników jest kombinacją dwóch innych czynników lub rozszczepiając poletka III rzędu tworząc układ split-split-split-plot.

LITERATURA

Ambroży K., Mejza I. 2006. Doświadczenia trójczynnikowe z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów czynników. Wyd. Polskie Towarzystwo Biometryczne i PRODRUK, Poznań.

Ambroży K., Mejza I. 2009. Analiza danych z krzyżową i zagnieżdżoną strukturą poziomów czynników na przykładzie doświadczenia z łubinem. Biul. IHAR 251: 269 — 281.

Ambroży K., Mejza I. 2012. Modelowanie danych z doświadczeń trójczynnikowych zakładanych w układach zależnych o różnych strukturach blokowych. Biul. IHAR 264: 23 — 31.

Ambroży K., Mejza I. 2013. A method of constructing incomplete split-split-plot designs supplemented by whole plot and subplot standards and their analysis. Colloquium Biometricum 43: 59 — 72.

Ambroży-Deręgowska K., Mejza I. 2014. Niektóre aspekty statystyczne planowania doświadczeń nieortogonalnych typu split-split-plot. Biul. IHAR, 274: 41 — 49.

Ambroży-Deręgowska K., Mejza I., Mejza S. 2014. On the relative efficiency of split-split-plot design to split-plot × split-block design. Colloquium Biometricum 44: 69 — 78.
Ambroży-Deręgowska K., Mejza I., Mejza S. 2015. Stratum analyses for split-split-plot designs generated by group divisible designs. Colloquium Biometricum 45: 47 – 65.
Barbacki S. 1951. Doświadczenia kombinowane. PWRiL, Warszawa.
Clatworthy W. H. 1973. Tables of two associate classes partially balanced designs. NBS App. Math. Ser. 63, Department of Commerce.
Cochran W.G., Cox G.M. 1957. Experimental designs. Wiley, New York.
Nelder J. A. 1965 a. The analysis of randomized experiments with orthogonal block structure. 1. Block structure and the null analysis of variance. Proc. Roy. Soc. London Ser. A 283: 147 — 162.
Nelder J. A. 1965 b. The analysis of randomized experiments with orthogonal block structure. 2. Treatment structure and general analysis of variance. Proc. Roy. Soc. London A 283: 163 — 178.